

İP FAZ VERİLERİNDEN ELEKTROMANYETİK KUPLAJ ETKİSİNİN GİDERİLMESİ

İlyas ÇAĞLAR*

ÖZ. - Elektromanyetik (EM) Kuplaj etkisi, metalik sülfütlü mineralizasyon sahalarında ölçülmüş Yapay Polarizasyon (İP) faz verilerinde aldatıcı anomalilere neden olduğundan bu verilerin doğru bir şekilde değerlendirilmeleri ve yorumlanmaları zordur. Ham faz verileri üzerindeki bu etkiyi atmak için İP andıran kesit verilerini Dilimlere Ayrarak Kuplaj Giderme (DAKG) işlemi geliştirilmiştir. Bu işlemde kuramsal yer modeli sürekli iletkenlik değişimine sahip olarak düşünülmüştür. Görünür özdirenç ve EM Kuplaj hesaplamaları, bu yer modeline dayandırılmış matematiksel bağıntıları kullanarak yapılmıştır. DAKG işlemi, "Quadratic Extrapolation" (QE) ve "Complex Resistivity Interactive" (CRJ) tekniklerinin kullanıldığı diğer başka çalışmalar tarafından verilen gerçek İP faz arazi verilerine uygulanmıştır. Mineralizasyon zonu nun uzanımı, DAKG işleminden elde edilen kuplajı giderilmiş andıran kesit faz verilerinin yorumlanması suretiyle QE ve CRI tekniklerinin sonuçlarıyla uyumlu olacak şekilde tanımlanmıştır. Bu nedenle, EM kuplajın giderilmesinde DAKG nin QE ve CRI kadar yararlı bir işlem olduğu görülmüştür.

GİRİŞ

Sülfürlü metalik cevherleşme gösteren pirit, kalkopirit, sfalerit, galenit ve benzeri mineralizasyon zonlarının aranmalarında "induced Polarization" (İP) faz ortamı ölçü tekniğinin başarıyla kullanılmasına karşın; uygulanan geniş frekans bandlı akım ve geniş elektrot açıklıklarının neden olduğu elektromanyetik (EM) kuplajın bu faz ölçülerine karışması ve onları maskeleyen önlenemez. Bu nedenle yerin gerçek İP yanıtına ulaşmak ve faz verilerinden sağlıklı bir yorum yapabilmek ancak EM kuplaj etkisinin hesaplanıp ölçülerden giderilmesi ile olasıdır.

İP faz ölçülerinden EM kuplaj etkisinin giderilmesi için önerilen "Quadratic Extrapolation" (QE) tekniğinde iki veya üç frekanstaki (periyodik veya fundamental frekansın harmonik katları) faz bilgilerinden yararlanılarak bir tür yuvarlatma işlemi yapılmıştır (Hollof, 1974). Başka bir çalışmada ise, EM kuplajı "Complex Resistivity" (CR) ölçümleri için argand diyagramlarında incelenerek EM kuplajı giderme işlemi gerçekleştirilmiştir (Wynn ve Zonge, 1975). Matematik içeriğinin verilmediği bu çalışmanın yanı sıra Pelton ve diğerleri (1978), yararlandıkları Cole-Cole dispersiyon modeli ve bazı sülfürlü kayaçların laboratuvar ölçümleri yardımıyla indüktif kuplaj (EM kuplajın frekansa bağımlı terimi) giderme işlemi spektral İP verilerine yönelik yapmışlardır. Hallof ve diğerleri (1979), geniş frekans bandında ölçülmüş spektral İP faz ölçülerindeki indüktif kuplajı, ham faz verilerinin bilgisayar ters çözümünden yararlanarak gidermişlerdir (Her iki çalışmadaki dispersiyon parametre değerleri kayaçların laboratuvar ölçmelerinden saptanmıştır.). Wait ve Gruszka (1986) ise yine Cole-Cole dispersiyonundan hesapladıkları karmaşık özdirenç (CR) iki loop arasındaki karşılıklı empedans ilişkisinde kullanarak EM kuplajı hesaplamışlar ve bu etkinin kuramsal İP yanıtından ayırt edilmesini göstermişlerdir.

Arazi çalışmasında elde edilen ve "Pseudo-section" (Andıran kesit) görüntüsünde hazırlanan İP faz verilerini, yeraltındaki cevherleşme lokasyonunu belirlemekte kullanmadan önce EM kuplajın yine andıran kesit formunda hesaplanarak giderilmesi pratik bir yarar sağlayacaktır. Takdim edilen çalışmada bu amaç için Dilimlere Ayrarak Kuplaj Giderme (DAKG) işlemi geliştirilmiştir.

DAKG İÇİN İZLENEN İŞLEM BASAMAKLARI

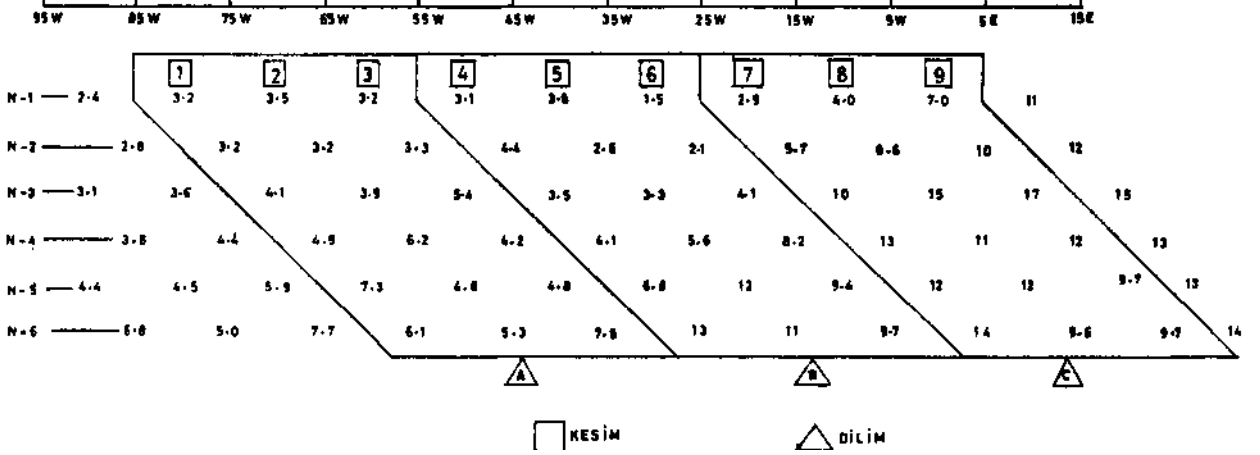
Önerdiğimiz Dilimlere Ayrarak Kuplaj Giderme (DAKG) işlemi için ilk olarak faz bilgilerinin ait olduğu yer yapısının elektriksel özdirenç dağılımı en iyi şekilde belirlenmelidir. Zira EM kuplaj, özdirenç fonksiyonu olan bir davranışa sahiptir.

Dilimlere ayırma ve görünür özdirenç dağılımı

Ulaşılabilecek sonuçları daha öncekilerle karşılaştırmak amacıyla Hallof (1974) tarafından Şekil 14 ile verilen arazi İP faz verilerinden bu çalışmada yararlanılmış olup bu verilerin ait olduğu görünür özdirenç (ρ) (0.52 ile çarpıldığında değerler Ohm metredir) andıran kesiti Şekil 1 de tekrar çizilmiştir. Andıran kesit, birbirine yakın ρ değerlerini yansıtabilecek şekilde

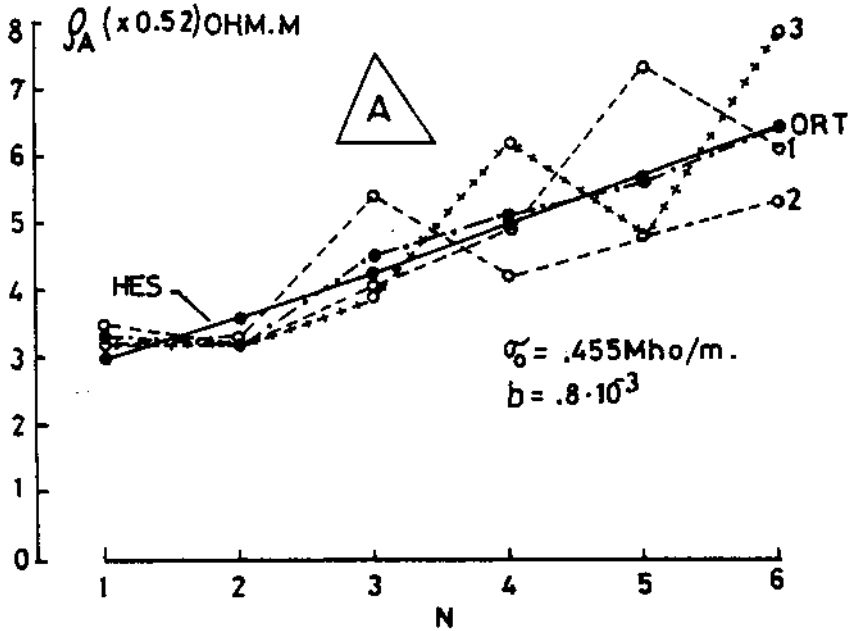
* İstanbul Teknik Üniversitesi Maden Fakültesi, Jeofizik Mühendisliği Bölümü, İstanbul.

$\rho_A [x0.52] \text{ OHM.M}$

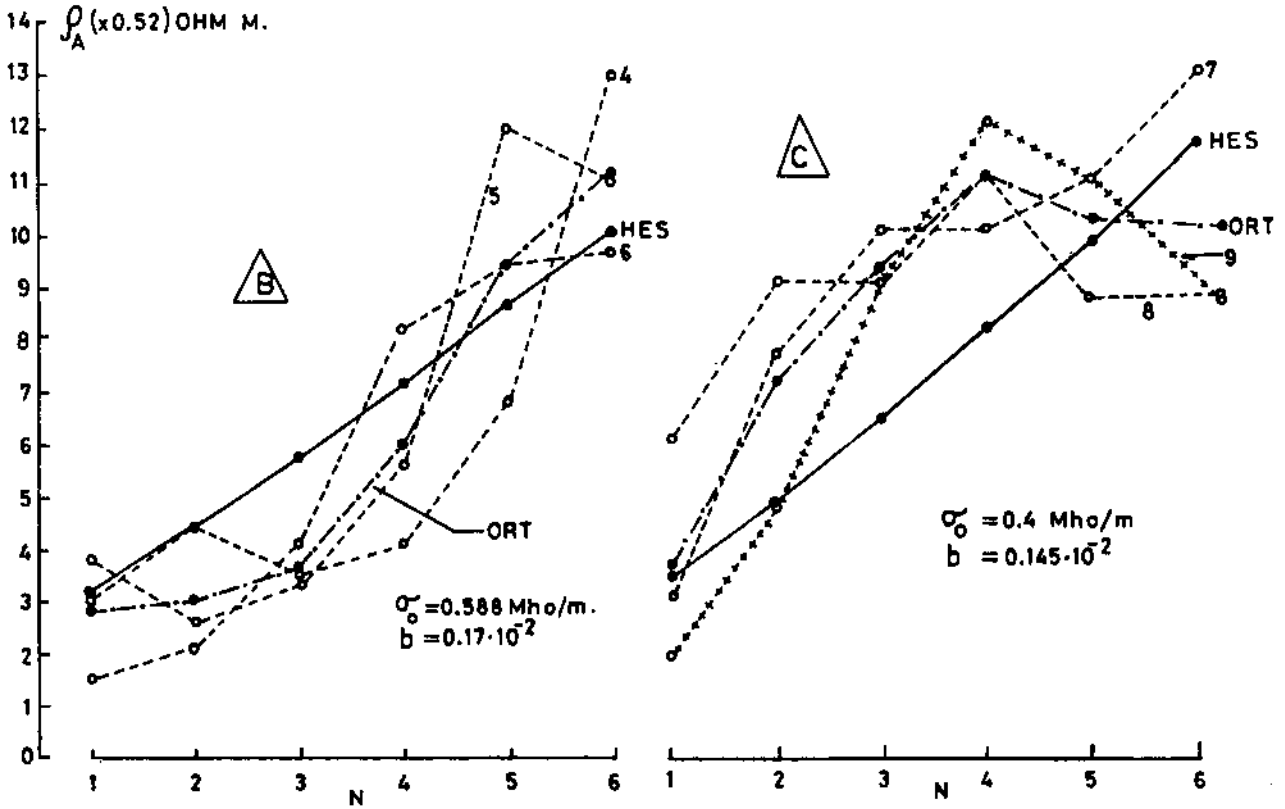


Şek. 1 - Dissemine sülfite cevherleşmesi üzerinde ölçülen İP faz verilerine ait görünür öz direnç andıran kesiti (Dilimlere ve kesimlere ayrılmış). Hallof (1974; şek. 14) dan alınmıştır.

uygun dilimlere ayrılmıştır. Dilimlerin sayısının ve yerlerinin seçimi, kuplaj giderme işlemini yapacak kişiye bırakılmıştır. Ancak şu belirtilmelidir ki; dilimlerin sayısı arttıkça kuplaj gidermedeki duyarlılığın büyümesi yanında işlemlerde de bir fazlalık ortaya çıkar. DAKG için diğer bir aşamada ise bu dilimlerdeki her bir 45° lik doğrultular, birer kesim olarak ele alınmıştır. Kesimler, andıran kesitin hazırlanmasında ölçü değerlerinin üzerine atandığı doğrultulardır. Şekil 1 de dilimler A,B,C harfleri ve kesimler ise 1,2,3,4,5,6,7,8,9 rakamları ile simgelenmiştir. Her dilime ait kesimlerdeki ρ_A değerleri dipol-dipol dizilimin N aralıklamasına karşın Şekil 2 ve 3 teki gibi kesikli çizgilerle çizilmiştir. Aynı şekillerde her bir dilime ait olarak hesaplanan arazi ortalama ρ_A eğrileri de çizilmiştir. Ortalama eğriler hesaplanırken kesimlerdeki her N dipol aralıklamasına karşılık gelen değerlerden yararlanılmıştır.



Şek. 2 - N dipol aralıklaması (görünür derinliği tanımlar Bkz. Bertin, 1976) na karşın A dilimi için çizilen görünür öz direnç eğrileri (----- ve +++++), ortalama arazi ρ_A eğrisi (— — —), hesaplanan kuramsal eğri (—).



Şek. 3 - B ve C dilimleri için çizilen arazi, ortalama ve kuramsal ρ_a eğrileri.

Dissemine sülfite cevherleşmesi gösteren yer yapılarındaki elektriksel iletkenliğin (veya öz direncin) derinlikle sürekli biçimde değiştiği, bu değişimin disseminezasyon şiddetine etkili şekilde bağlı olduğu tasarlanmıştır. Nitekim, Şekil 1 de verilen ρ_a eğrileri incelendiğinde iletkenlik genel olarak derinlikle sürekli biçimde azalmaktadır (öz direnç artar). Şekil 2 ve 3 teki eğrilerin karakteri bu eğilimi ortaya koymaktadır. O halde benzer özelliklere sahip kuramsal bir ρ_a eğrisini hesaplarken yer ortam öz direncinin derinlikle artan veya azalan eğilimde olmasını aramalıyız. Paul ve Banerjee (1970), Stoyer ve Wait (1977), Wait (1982) ve Zima (1987) yer ortamının öz direncini derinlikle eksponansiyel olarak değişir kabul ederek bizim de yararlanabileceğimiz kuramsal ρ_a bağıntılarını vermişlerdir.

Paul ve Banerjee (1970) tarafından verilen (29) bağıntısı ($z=0$ için) bu çalışmada kullanılarak ortalama eğriye en yaklaşan kuramsal ρ_a değişimi hesaplanmıştır. Bu bağıntıda yer alan Eksponansiyel integral fonksiyonu $Ei(z)$, IBM Scientific Subroutine Package (SSP)(1970) de yer alan arşiv FORTRAN bilgisayar programının CALL edilmesi ile hesaplandı. Hesaplamalar sonunda elde edilen kuramsal ρ_a eğrileri Şekil 2 ve 3 te farklı çizgilerle gösterilmiştir. Bu arada her dilime ait olarak saptanan σ_0 ve b değerleri de şekillerde verilmiştir. Burada σ_0 yeryüzündeki iletkenlik (Mho metre), b ise bu iletkenliğin derinlikle artış veya azalışını sağlayan eksponansiyel terimdir (Bu konudaki makaleleri inceleyiniz). Çalışmada y a p l a nışlemlersırasınday e ort ğı söylenebilir. Zima (1987) arazi ρ_a eğrilerini yorumlarken benzer bir hesaplamayı suya doygun gnaysların derinliğini bulmak amacıyla yapmıştır.

EM Kuplaj dağılımı

Yukarıda değinilen yer modeli üzerinde yapılan İP ölçülerinde etkin olan EM kuplaj hesaplamaları diğer bir çalışmada Çağlar (1989) tarafından verilmiştir. Bu amaçla kullanılan hesaplanabilir biçimdeki bağıntıların bir özet takdimi EK 1 de yer almıştır. Şekil 1 de verilen ρ_a değerlerinin ölçüldüğü doğrultuda 0.125 Hertz için ölçülen İP faz verileri Şekil 4 te çizilmiştir. Bu ham faz verilerinde EM kuplajı gidermek amacıyla kuplaj etkisi dipol-dipol dizilimi için hesaplanmıştır. Hesaplamalar sırasında, ilgilenilen 0.125 Hertz frekansı, dipol boyu (metre), N , σ_0 ve b değerlerinin kullanıldığı COBESK FORTRAN 77 bilgisayar programından yararlanılmıştır. IBM 4381 VMS sisteminde çalıştırılan COBESK programındaki

$-\beta_1$ MILIRADIAN S (0.125 HZ.)

	95W	85W	75W	65W	55W	45W	35W	25W	15W	5W	SE	15E
N-1	15	18	17	15	15	15	22	16	13	13	12	10
	-	1-85	0-85	-1-05	4-9	4-9	11-9	10-3	9-3	4-3	4-3	-
N-2	20	27	27	26	24	18	32	35	28	21	18	15
	-	1-08	-0-08	-0-08	-1-92	3-9	17-9	20-9	17	10	0	-
N-3	47	45	37	30	39	45	49	34	44	44	28	22
	-	-	0-38	1-38	2-08	3-02	34-2	19-2	32	16	16	10
N-4	70	59	52	55	58	58	54	67	61	49	31	26
	-	-	10-12	13-12	16-12	19-4	52-4	46-4	37	19	19	14
N-5	93	65	69	66	84	84	82	80	77	68	48	31
	-	-	-	2-06	38-6	38-6	67-9	65-5	62-9	36	36	39
N-6	84	88	98	94	94	99	104	94	86	86	73	43
	-	-	-	4-8-63	53-63	56-63	80-2	72-74	72-74	72-74	61	31
												48
												28

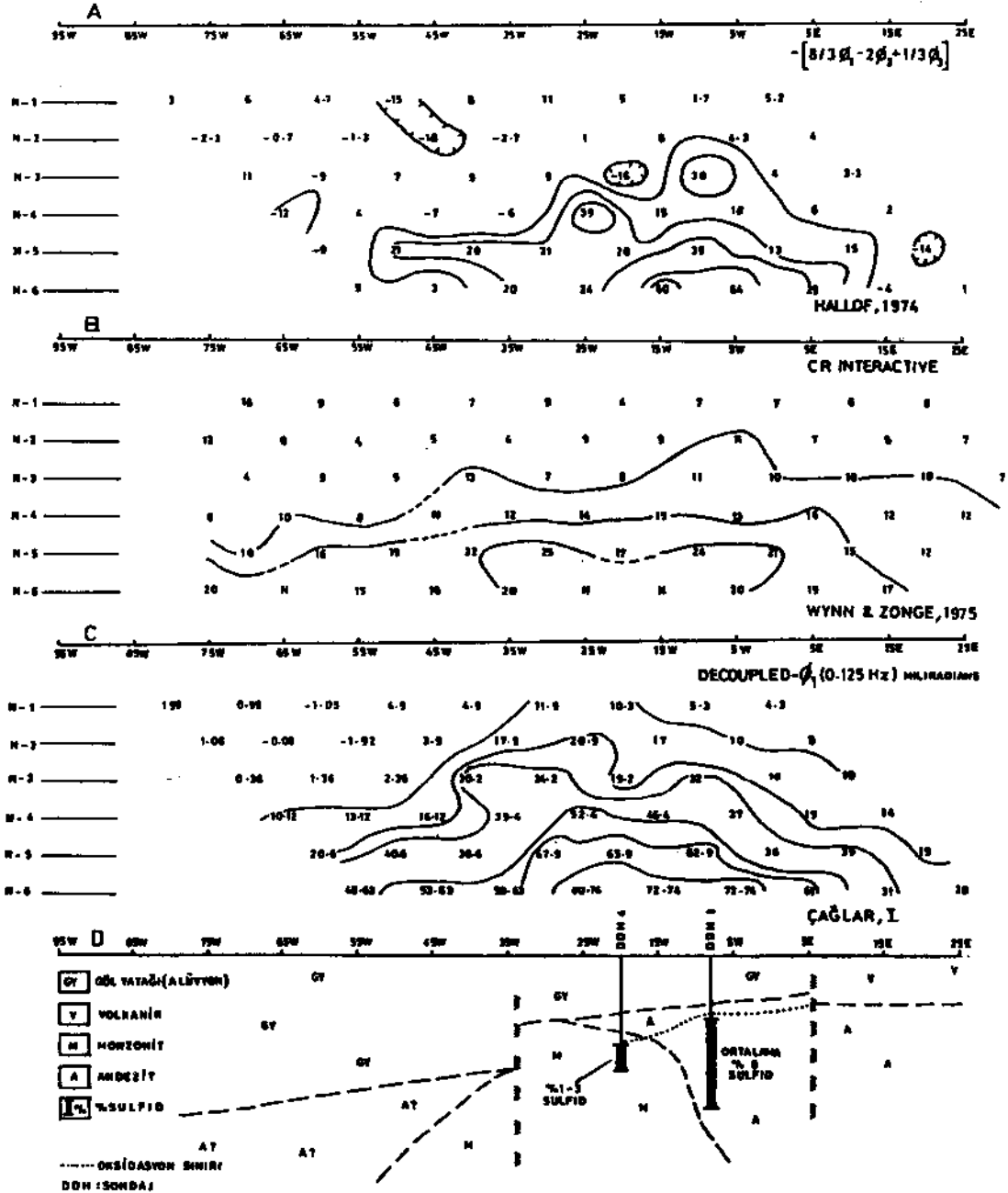
RAW IP PHASE VALUE
DECOUPLED IP PHASE VALUE

Şek. 4 - 0.125 Hertz frekansında ölçülmüş ham IP faz verileri (Hallof, 1974; Şek. 14) ve EM kupa)ı giderilmiş faz verilerinin çizildiği andron kesit.

I_0 , I_1 , K_0 , K_1 modifiye Bessel fonksiyonlarının hesaplamaları SSP arşiv alt programlarından 10, INUE ve BESK kullanımları ile yüksek duyarlılıkta yapılmıştır. EM kuplaj hesaplamasından sonra bu etkinin giderildiği 0.125 Hertz frekansına ait faz değerleri Şekil 4 teki andıran kesitte verilmiştir.

SONUÇ VE ÖNCEKİ UYGULAMALARLA KARŞILAŞTIRILMASI

Çalışılan ölçü doğrultusu boyunca alınan 0.125, 0.250 ve 0.5 Hertz frekanslarındaki faz ölçülerinde Hallof (1974) tarafından "Quadratic Extrapolation" (QE) tekniği uygulanması sonucunda elde edilmiş andıran kesiti Şekil 5 (A) da çizilmiş-

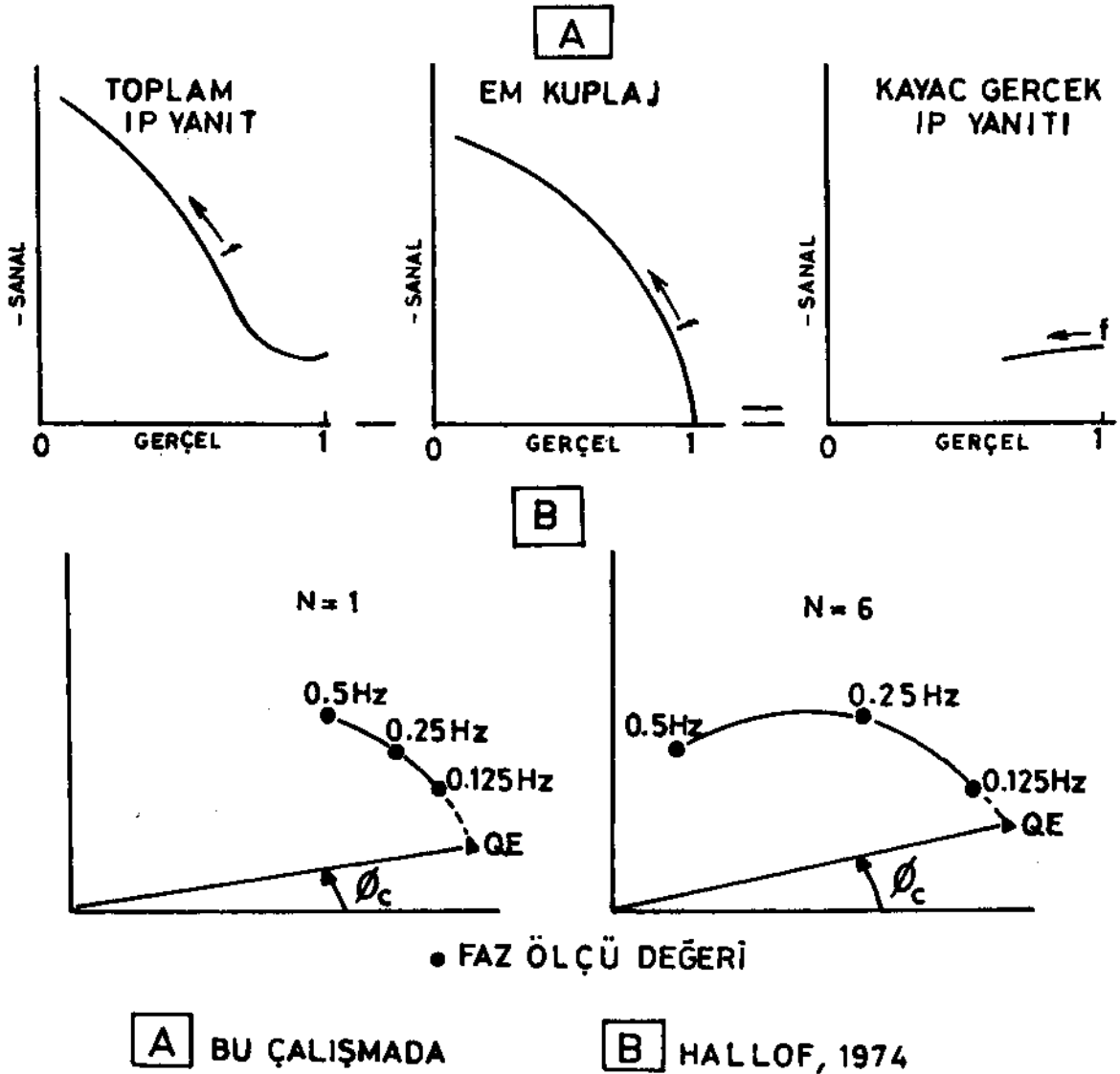


Şek. 5 - A-QE tekniği sonucu çizilen faz andıran kesiti (Hallof, 1974; şek. 16). B-CRI ile elde edilen ve aynı doğrultuya ait andıran kesit (Wynn ve Zonge, 1975; şek. 19 dan çizildi). C- DAKG ile 0.125 Hertz frekansına ilişkin andıran kesit. D- Ölçü doğrultusuna ait jeolojik düşey kesit.

tir. Wynn ve Zonge (1975) tarafından kullanılan "Complex Resistivity Interactive" (CRI) tekniği ile elde edilen ve bu doğrultuya ait bir başka andıran kesit aynı şekilde (B) de ve yine DAKG ile elde edilen ve Şekil 4 ten tekrar çizilen andıran kesit ise altta (C) yer almıştır. Burada her üç kesitteki kontur aralıkları aynıdır. En altta (D) yer alan jeolojik düşey kesitteki dissemine sülfür cevherleşmesinin yer yüzündeki sınırlarının ilk bakışta her üç andıran kesitte de saptandığı görüldüğü yanında (A) kesitinde negatif İP yanıtına karşılık gelen eksi değerlerin küçümsenemeyecek sayıda varlığı istenmediği halde ortaya çıkmıştır. Wynn ve Zonge (1975) tarafından CRI tekniği uygulanması ile bulunan (B) kesitinde ise faz değerlerinde önemli bir azalma (bilgi kaybı) yaratılmıştır. DAKG ile elde edilen andıran kesitte İP faz verisinde büyük bir kayıp olmadan en az diğer sonuçlar kadar iyi bir görüntü sağlanmıştır. Cevherleşme yüksek faz değerleri ile işaret edilmiştir.

TARTIŞMA

Bu çalışmadaki DAKG uygulaması sonucu cevherleşme ile ilgili olmayan değerler önemli şekilde azalmıştır, ihmal edilecek kadar küçük negatif İP değerleri andıran kesitte saptanmıştır. Hallof (1974) kendi çalışmasında böyle değerleri büyük olarak elde etmiştir. DAKG ve QE uygulaması şematik olarak Şekil 6 da gösterilmiştir. QE tekniğinde sıfır frekansa indirgeme için üç frekandaki faz bilgileri gerekli olup frekans değerlerine göre belirlenen katsayıların üç bilinmeyenli denk-



Şek. 6 - DAKG ile QE işlemlerinin prensip bakımından karşılaştırılması.

lemlerin çözümünden sağlanması koşulu vardır. Diğer yandan Şekil 6 da görüleceği üzere QE da EM kuplaj tam olarak atılmaz. QE uygulaması sonucu bulunan bir değer eksi olarak çıkması bu değer sıfır frekans çizgisinden daha aşağıda elde edilmesinden kaynaklanmış olup bu durum QE'nün işletilmesinde bir dezavantajdır. DAKG işleminde hesaplanan kuplaj ham faz verisinden çıkarılmaktadır. Bu durumda yeni faz verisi EM kuplaj yoktur. Bu işlemin uygulanmasındaki duyarlılık, fazla dilim seçilmesi ve hesaplanan kuramsal ρ_a eğrilerinin seçiminde daha dikkatli davranılması ile artar. DAKG'deki bir avantajın da, yalnızca tek frekanstaki faz verilerine olan gereksinimdir.

Yayına verildiği tarih, 16 Kasım 1989

DEĞİNİLEN BELGELER

- Çağlar, İ., 1989, HM Coupling in İP data measured on the earth with continuously varying conductivity (Geophysical Transaction mecmuasına gönderildi).
- Gray, M.C., 1934, Mutual impedance of grounded wires lying on the Surface of the earth when the conductivity varies exponentially with depth: Physics 5, 35-37.
- Hallof, P.G., 1974, The İP phase measurement and inductive coupling: Geophysics, 38,650-665.
- Cartwright, I*.A. ve Pelton, W.H., 1979, The use of Phocnix IPV-2 phase İP receiver for discrimination between sulphides and graphite: (preprint) Presented in SHG Annual meeting New Orleans, Louisiana, November 4-8.
- Paul, M.K. ve Banerjee, B., 1970, Electrical potentials due to a point source upon models of continuously varying conductivity: Pure and Applied Geophy., 80, 220-237.
- Pelton, W.H.; Ward, S.H.; Hallof, P.G.; Sili, W.R. ve Nelson, P.H., 1978, Mineral discrimination and removal of inductive coupling with multifrequency İP: Geophysics, 43, 588-609.
- Stoyer, CH. ve Wai, J.R., 1977, Resistivity probing of an "exponential" earth with a homogeneous overburden: GeosExploration, 15, 11-18. System / 360 Scientific Subroutine Package, 1970 IBM Corp.
- Wait, J.R., 1982. Geoelectromagnetism: Academic Press. Inc., 24-29.
- ve Gruszka, T.P., 1986, On electromagnetic coupling "Removal" from induced polarization surveys: GeosExploration, 24, 21-27.
- Wynn, J.C. ve Zonge, K.L., 1975, HM coupling, its intrinsic value its removal and the cultural coupling problem: Geophysics, 25, 831-850.
- Zima, L., 1987, The interpretation of resistivity sounding over weathered rocks: Geophysical Transactions 32, 319-332.

EK-1

iletkenliği derinlikle eksponansiyel olarak değişen yer ortamı üzerindeki İP ölçülerinde EM kuplaj:

İletkenliği $\sigma(z) = \sigma_0 e^{-bz}$ şeklinde olan yarı sonsuz bir yer ortamı üzerinde uzanan akım ve gerilim hatları ($C_1 C_2$ ve $N_1 N_2$) arasındaki karşılıklı empedans klasik bir bağıntı ile aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Omega = \int_{C_1}^{C_2} \int_{N_1}^{N_2} P \, dS \, ds + \bar{Q} \quad (E.1)$$

Burada Ω karşılıklı empedans, P indüktif kuplaj, Q rezistif kuplaj terimleridir. dS ve ds sırayla $C_1 C_2$ ve $N_1 N_2$ hatları üzerindeki tel elementleridir. $\sigma(z)$ z derinliğindeki σ_0 ise yer yüzündeki ($z=0$) iletkenliktir. b reel bir sabit olup iletkenliğin değişimini etkiler. (E.1) bağıntısındaki Q terimi dipol-dipol dizilimi için;

$$\bar{Q} = Q(N_1 - C_1) - Q(N_2 - C_1) + Q(N_2 - C_2) - Q(N_1 - C_2) \quad (E.2)$$

ile verilir. Elektromanyetik yayınım sabiti ile karşılaştırıldığında b nin çok küçük olması durumundaki ortamlar için Q ve P terimleri Gray (1934) tarafından

$$Q = \frac{1}{2\pi\sigma_0 r} - \left(\frac{b}{4\pi\sigma_0} \right) I_0(k_0 r/2) K_0(k_0 r/2) + NT \quad (E.3)$$

$$P = \frac{1}{2\pi\sigma_0 r^3} \left[1 - (1 + k_0 r) e^{-k_0 r} \right] + \left(\frac{i\omega\mu b}{8\pi} \right) \left[K_0(k_0 r) \right. \quad (E.4)$$

$$\left. + I_1(k_0 r/2) K_1(k_0 r/2) - I_0(k_0 r/2) K_0(k_0 r/2) \right] + NT$$

ile verilir. Bu bağıntıda karşılıklı empedansa katkısı çok az olduğundan ihmal edilen terimler NT ile gösterilmiştir. Aynı bağıntıda r, dS ile ds arasındaki uzaklık, k_0 ($z=0$) EM yayınım sabiti, I_0 , I_1 , K_0 , K_1 ise modifiye Bessel fonksiyonlardır. $\omega (=2\pi f)$ açılal frekans ve $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Henry/m dir.

(E.1) bağıntısının hesaplanması amacıyla; iletkenlik, uzaklık ve frekansı tek bir parametrede kombine etmek için aşağıdaki değişken dönüşümlerini uygulayarak

$$Q = \frac{1}{2\pi\sigma_0} \left[\frac{1}{r} - \hat{Q}(B,b) \right] \quad (E.5)$$

$$P = \frac{1}{2\pi\sigma_0} \left[\frac{1}{r^3} \hat{P}_1(B) \right] + \frac{i\omega\mu}{8\pi} \hat{P}_2(B,b) \quad (E.6)$$

edilir. Burada

$$B = \frac{r}{\delta}, \quad \delta = \left\{ \frac{2}{\omega\mu\sigma_0} \right\}^{1/2} \quad k_0 r = B \sqrt{2} \quad (E.7)$$

dir. δ kabuk derinliği (EM alanının yer içine inebildiği derinlik), B normalize edilmiş uzaklıktır. (E.5) ve (E.6) da yer alan ilişkiler;

$$\hat{Q}(B,b) = \frac{b}{2} \left[I_0(B/\sqrt{2}) K_0(B/\sqrt{2}) \right] \quad (E.8)$$

$$\hat{P}_1(B) = \left[1 - (1 + B\sqrt{2}i) e^{-B\sqrt{2}i} \right] \quad (E.9)$$

$$\hat{P}_2(B,b) = b \left[K_0(B\sqrt{2}) + I_1(B/\sqrt{2}) K_1(B/\sqrt{2}) - I_0(B/\sqrt{2}) K_0(B/\sqrt{2}) \right] \quad (E.10)$$

şeklinde yazılır. Dipol - dipol dizilimi için

$$C_2 - C_1 = N_2 - N_1 = L$$

$$N_1 - C_1 = N_2 - C_2 = (n+1)L$$

$$N_1 - C_2 = nL$$

$$N_2 - C_1 = (n+2)L$$

uzunlukları (E.5), (E.6) ve (E.1) e uygulanarak karşılıklı empedans çift toplam biçiminde

$$\begin{aligned}
 \Omega = & \frac{1}{2\pi} \sum_{q=1}^M \sum_{m=1}^M \left[\frac{1}{\sigma_0} \left\{ \frac{1}{R_{qm}^3} \hat{P}_1(B_{qm}) \right\} + \frac{i\omega\mu}{4} \hat{P}_2(B_{qm}, b) \right] \Delta S_q \Delta S_m \\
 & + \frac{1}{2\pi\sigma_0} \left\{ \left[\frac{2}{R_{n+1}} - \frac{1}{R_n} - \frac{1}{R_{n+2}} \right] - 2\hat{Q}(B_{n+1}, b) + \hat{Q}(B_n, b) \right. \\
 & \left. + \hat{Q}(B_{n+2}, b) \right\}
 \end{aligned} \tag{E.11}$$

ile verilir. Bağtıında yer alan diğer terimler ise

$$\alpha_{qm} = \left(1 + n + \frac{q-m}{M} \right) L = G_{qm} L,$$

$$R_{qm} = G_{qm} L \quad .$$

$$B_{qm} \equiv G_{qm} \gamma \quad .$$

$$\gamma = \frac{L}{\delta} \quad .$$

$$\Delta S_q = \Delta S_m = \frac{L}{M} \quad ,$$

$$B_n = n \gamma \quad , \text{ etc.}$$

$$R_n = n L \quad , \text{ etc.}$$

(E.11) bağıntısı DC empedans

$$\Omega_0 = \frac{1}{2\pi\sigma_0 L} \tag{E.12}$$

ile normalize edilmiş olarak tekrar yazılırsa:

$$\begin{aligned}
 \frac{\Omega}{\Omega_0} (n, \gamma, b) &= \frac{1}{M^2} \sum_{q=1}^M \sum_{m=1}^M \left[\frac{1}{G_{qm}^3} \hat{P}_1(G_{qm}, \gamma) + L^3 \frac{i\omega \mu \sigma_0}{4} \hat{P}_2(G_{qm}, \gamma, b) \right] \\
 + \left(\frac{2}{n+1} - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) &- L \left[2\hat{Q}((n+1), \gamma, b) - \hat{Q}(n, \gamma, b) \right. \\
 &\left. - \hat{Q}((n+2), \gamma, b) \right]
 \end{aligned} \tag{E.13}$$

İP ölçülerinde kullanılan parametreler formundaki yazılım ile genlik, faz ve yüzde frekans etkisi sıra ile aşağıdaki gibi verilebilir :

$$\left| \frac{\Omega}{\Omega_0} \right| = \left\{ \left\{ \frac{\Omega}{\Omega_0} \right\}_{re}^2 + \left\{ \frac{\Omega}{\Omega_0} \right\}_{im}^2 \right\}^{1/2} \tag{E.14}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left\{ \left\{ \frac{\Omega}{\Omega_0} \right\}_{im} / \left\{ \frac{\Omega}{\Omega_0} \right\}_{re} \right\} \tag{E.15}$$

$$PFE = \frac{|\Omega(f_0)| - |\Omega(f_1)|}{|\Omega(f_0)|} \cdot 100$$

Burada f_0 alçak, f_1 yüksek frekans simgeler.