



Marquardt algoritması ve zorunlu sinir ağı kullanılarak bir kromit yatağına bağlı gravite alanının 2 boyutlu ters çözüm modellemesi

2D inverse modeling of the gravity field due to a chromite deposit using the Marquardt's algorithm and forced neural network

Ata ESHAGHZADEH^a, Sanaz SEYEDI SAHEBARI^b ve Alireza DEHGHANPOUR^c

^aDanesh Tadbir Zima Enstitüsü, Chaloos, İran

^bRoshdiyeh Yüksek İhtisas Enstitüsü, Tebriz, İran

^cİslami Azad Üniversitesi, Bilim ve Araştırma Bölümü, Tahran, İran

Araştırma Makalesi

Anahtar Kelimeler:

Kromit yatağı, Sonlu düşey silindir, Zorunlu Sinir Ağları, Gravite, Marquardt algoritması.

ÖZ

Bu makalede iki modelleme yöntemi kullanılmaktadır. İlk olarak, sonlu bir dikey silindir kaynağının gravite anomalisinin ters çözümü için Marquardt algoritmasına dayanan bir yöntem sunulmuştur. Ters çözüm çıktıları alt ve üst derinlik ile yarıçap parametreleridir. İkinci yöntem ise Zorunlu Sinir Ağları (ZSA)'dır. Bu yöntem gravite alanını yorumlamak için gözlenen gravite değerleri ile tahmin edilen yer altı yoğunluk dağılımı değerleri kullanılarak hesaplanan gravite değerleri arasındaki uyumun sağlanmasını denemektedir. Yöntemlerin kabiliyetini değerlendirmek için tatminkar sonuçlar elde edildikçe farklı başlangıç parametreleri ile elde edilen modellerin gravite anomalilerin analizi için kullanılırlar. Ayrıca bu yaklaşımlar, Sebzevar'ın doğusunda (İran) yer alan bir Kromit yatağına bağlı gravite anomalilerinin ters çözüm modellemesi için uygulanmıştır. Her iki yöntem kullanılarak gerçek gravite verilerinin yorumlanması hemen hemen aynı sonuçları vermiştir.

Geliş Tarihi: 20.09.2018

Kabul Tarihi: 20.01.2019

Keywords:

Chromite deposit, Finite vertical cylinder, Forced Neural Networks, Gravity, Marquardt's algorithm.

ABSTRACT

In this paper, two modeling method are employed. First, a method based on the Marquardt's algorithm is presented to invert the gravity anomaly due to a finite vertical cylinder source. The inversion outputs are the depth to top and bottom, and radius parameters. Second, Forced Neural Networks (FNN) for interpreting the gravity field as try to fit the computed gravity in accordance with the estimated subsurface density distribution to the observed gravity. To evaluate the ability of the methods, those are employed for analyzing the gravity anomalies from assumed models with different initial parameters as the satisfactory results were achieved. We have also applied these approaches for inverse modeling the gravity anomaly due to a Chromite deposit mass, situated east of Sabzevar, Iran. The interpretation of the real gravity data using both methods yielded almost the same results.

Atf bilgisi: Eshaghzadeh, A., Sahebari, A.S., Dehghanpour, A. 2020. 2D inverse modeling of the gravity field due to a chromite deposit using the marquardt's algorithm and forced neural network. Bulletin of the Mineral Research and Exploration, 161, 33-47. <https://doi.org/10.19111/bulletinofmre.589224>

* Başvurulacak yazar: Ata ESHAGHZADEH, eshagh@alumni.ut.ac.ir

1. Giriş

Çok çözümlülük, rezidüel (artık) gravite belirtilerinin ters çözüm çalışmalarında karşılaşılan yaygın bir sorundur. Bu sorun yeryüzünde ölçülen gravite alan verilerini, yer altında çeşitli şekillerde bulunabilecek veya yoğunluk ve derinlik gibi fiziksel parametrelerle tanımlanabilecek geometrik dağılımları olan kütlelerle ilişkilendirir. Bu belirsizliği ortadan kaldırmanın bir yolu, bilinen bir yoğunluğa sahip aykırı kütleye uygun bir geometri koymak ve ardından gravite anomalilerinin ters çözümünün yapılmasıdır (Chakravarthi ve Sundararajan, 2004). Basit modeller jeolojik açıdan gerçekçi olmasa da, genellikle birçok izole anomalinin kaynağını analiz etmede yeterlidir (Abdelrahman ve El-Araby, 1993a,b). Böyle bir anomalinin yorumlanması esasında jeolojik yapılar, mineral kütlesi ve yapay yeraltı yapıları gibi gravite anomalisine neden olan kütlelerin şekli, derinliği ve yarıçapı gibi parametreleri hesaplamayı amaçlar.

Saxov ve Nygaard (1953) ve Bowin vd. (1986)'de belirtildiği gibi, basit kütlelerin neden olduğu rezidüel gravite anomalilerinin analizine ilişkin çeşitli grafiksel ve sayısal yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemler Fourier dönüşümü (Odegard ve Berg, 1965; Sharma ve Geldart, 1968); Mellin dönüşümü (Mohan vd., 1986); Walsh dönüşüm teknikleri (Shaw ve Agarwal, 1990); oran teknikleri (Hammer, 1974; Abdelrahman vd., 1989); en küçük kareler minimizasyon yaklaşımları (Gupta, 1983; Lines ve Treitel, 1984; Abdelrahman, 1990; Abdelrahman vd., 1991) ve farklı sinir ağları (Eslam vd., 2001; Osman vd., 2006 ve 2007; Al-Garni, 2013; Eshaghzadeh ve Kalantari, 2015; Eshaghzadeh ve Hajian, 2018) gibi yöntemler içerir. Basit hareketli ortalama rezidüel gravite anomalilerinin analitik ifadesine dayanan en küçük kareler yöntemini (Gupta, 1983) kullanan efektif kantitatif yorumlar ise henüz geliştirilmemiştir. Hareketli ortalama yöntemi çoğunlukla potansiyel alanları yorumlamak için kullanmıştır (Abdelrahman vd., 2003; 2015; Abdelrahman ve Essa, 2015). Abdelrahman ve El-Araby (1993a,b) ölçülen graviteye uygulanan aynı hareketli ortalama filtre ile sınırlı basit modellerin yerleştirilmesine dayanan bir yorumlayıcı teknik sunmuştur. Profil boyunca rezidüel gravite anomalilerinden basit şekillerin derinlik ve şekil faktörünü belirlemek için Essa (2007) tarafından önerilen basit bir yöntem kullanılmaktadır. Derinlik ve genlik katsayısının belirlenebileceği bir

başka otomatik yöntem olan en küçük kareler yöntemi Asfahani ve Tlas (2008) tarafından önerilmiştir.

Günümüzde Yapay Sinir Ağları (YSA) çeşitli disiplin ve bilim dallarından ilgili araştırmacıların temel araştırma konusudur. Bu araştırmaya katkıda bulunan konular arasında biyoloji, bilgisayar, elektronik, matematik, tıp, jeofizik vb. bulunmaktadır (Bichsel, 2005). Yapay sinir ağı isimli bu yeni yöntem, son yıllarda özellikle potansiyel alanlar başta olmak üzere jeofiziğin farklı dallarında kullanılmaktadır. Örneğin, gömülü çelik tamburların manyetik dipol kaynağı olarak durumu, denetimli yapay sinir ağı kullanılarak değerlendirilmiştir (Salem vd., 2001). Eslam vd. (2001), geri yayılım sinir ağlarını kullanmak suretiyle mikro gravite verilerinden yer altı boşluklarının derinlik ve yarıçapını belirlemiştir. Hajian (2004), İleri Besleme Geri Yayılımlı Sinir Ağlarını (Feed-Forward Back-Propagation Neural Networks) uygulayarak, gravite anomalisi kaynağının derinlik ve şekil faktörünü hesaplamıştır. Chua ve Yang (1998) sinir ağlarında, Hücresel Sinir Ağı (HSA) olarak adlandırılan 2 boyutlu görüntü işlemeye odaklı yeni bir yaklaşım tanımlamıştır. HSA, jeofizikte bölgesel/rezidüel potansiyel kaynakların ayrımı için uygulanmıştır (Albora vd., 2001a, b). Gravite anomali analizlerinde Zorunlu Sinir Ağları, Osman vd. (2006; 2007) tarafından önerilmiştir. Abedi vd. (2009), gravite anomalilerinden sinir ağları ile basit geometrinin derinlik ve yarıçapını hesaplamıştır. Kaftan vd. (2011), Seferihisar jeotermal sahasını gravite verileri ile değerlendirmek için Yapay Sinir Ağı'nı uygulamıştır. Al-Garni (2013) küre, sonsuz yatay silindir ve yarı sonsuz dikey silindir gibi basit geometriyle ilişkili gravite anomalisi kaynağının derinliğini tahmin etmek için Modüler Sinir Ağır ters çözümünü kullanmıştır. Eshaghzadeh ve Kalantari (2015) antiklinal yapılara bağlı gravite alanı ters çözüm modellemesi için ileri beslemeli sinir ağını temel alan yeni bir yöntem önermiştir. Eshaghzadeh ve Hajian (2018), gravite alanını modüler sinir ağı ile analiz etmek için yeni bir modülerlik kavramı ortaya atmıştır.

Bu makalede, sonlu dikey silindire benzer bir yapının yarıçapı ile üst ve alt derinliğini tahmin etmek için Marquardt optimizasyonuna dayalı eşzamanlı doğrusal olmayan bir ters çözüm geliştirilmiştir. Marquardt ters çözüm yöntemi faylı tabakalar (Chakravarthi ve Sundararajan, 2005), antiklinal ve

senkinal yapıları (Chakravarthi ve Sundararajan, 2007 ve 2008), çoklu prizmatik yapılar (Chakravarthi ve Sundararajan, 2006) gibi jeolojik unsurların modellenmesinde kullanılmaktadır. Ayrıca Osman vd. (2006; 2007) tarafından geliştirilen Zorunlu Sinir Ağları (ZSA) da karşılaştırmalı bir yöntem olarak kullanılmıştır. Yöntemlerin geçerliliği hem gürültüsüz hem de rasgele gürültülü sentetik gravite verilerine ve İran'dan elde edilen gerçek gravite verilerine uygulanarak test edilmiştir. Ayrıca sunulan yöntemler ile hesaplanan üste derinlikleri doğrulamak için Euler dekonvolüsyon yöntemi kullanılmıştır.

2. Düz Çözüm Gravite Modellemesi

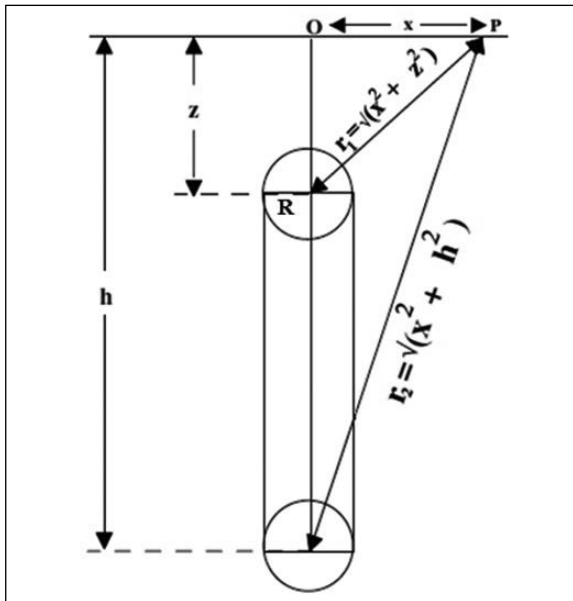
Sonlu bir düşey silindirin gravite etkisi Hammer (1974) tarafından tanımlanmıştır.

$$g(x) = KF(x) \quad (1. \text{ eşitlik})$$

k 'nın genlik katsayısı olduğu durumlarda

$$F(x_i) = \frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+h^2}}, \quad K = \pi G \rho R^2 \quad (2. \text{ eşitlik})$$

x ölçülen noktaların yatay lokasyon koordinatı olduğu durumlarda, z ve h sırasıyla yer yüzeyinden nedensel yapının üst ve taban düzlemlerine olan derinliklerini temsil eder. G gravite sabiti, R bir düşey silindirin yatay enine kesitinin yarıçapı ve ρ ise yoğunluk kontrastıdır (Şekil 1).



Şekil 1- Sonlu düşey silindirin geometrisi.

3. Marquardt Yöntemi

Gravite anomalilerinin ters çözümü dolaylı olarak, hesaplanan gravite anomalisini en küçük kareler yaklaşımında gözlenen anomaliye uydurmaya çalışan ve sonrasında sonlu düşey silindirin üst derinlik (z), alt derinlik (h) ve yarıçap (R) isimli üç parametresini tahmin eden matematiksel bir süreçtir. Ters çözüm işlemi, 1. eşitlik kullanılarak basit geometrinin teorik gravite anomalisinin hesaplanması ile başlar.

Bir başlangıç varsayılan modelinin gözlenen gravite anomalisi olan $g_{obs}(x_i)$ ile hesaplanan gravite anomalisi olan $g_{cal}(x_i)$ arasındaki fark, J olarak tanımlanan aşağıdaki uyumsuzluk fonksiyonu ile hesaplanabilir:

$$J = \sum_{i=1}^N [g_{obs}(x_i) - g_{cal}(x_i)]^2 \quad (3. \text{ eşitlik})$$

Burada N , gözlenen gravite verisidir. Bu çalışmada, Chakravarthi ve Sundararajan (2006) tarafından üst derinlik (z), alt derinlik (h) ve yarıçap (R) gibi bilinmeyen üç parametrenin tüm modifikasyonları için normal eşitliklerin çözülebilmeye kadarki uyumsuzluk fonksiyonlarını minimize etmek için verilen Marquardt algoritması (Marquardt, 1963) kullanılmış olup, şu şekildedir:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^2 \frac{\partial g(x_i)}{\partial a_j} \frac{\partial g(x_i)}{\partial a_k} (1 + \delta \lambda) da_k = \sum_{i=1}^N [g_{obs}(x_i) - g_{cal}(x_i)] \frac{\partial g(x_i)}{\partial a_j}, \quad \text{for } j = 1, 2, 3 \quad (4. \text{ eşitlik})$$

da_k için $k=1, 2$ ve 3 değerleri basit geometrik yapının yarıçap, üst derinlik ve alt derinlik örneklerindeki gibi üç model parametresinin değişiklikleridir. Ayrıca,

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{for } k = j, \\ 0 & \text{for } k \neq j, \end{cases}$$

ve λ sönüm katsayısıdır. Daha sonra 4. eşitlikte değerlendirilen da_k , $k=1, 2$ ve 3 değerleri, son yinelemelerden elde edilen uygun parametrelere eklenir ya da onlardan çıkarılır ve 3. eşitlikteki J uyumsuzluğu önceden belirlenmiş müsaade edilebilir hata değerinin altına düşene kadar veya sönüm katsayısı önceden belirlenmiş bir miktardan daha büyük bir değere ulaşıncaya kadar işlem tekrarlanır ya da tekrarlama, yinelemeler için değerlendirilen sayıların sonuna ulaşana kadar devam eder (Chakravarthi ve Sundararajan, 2008).

4. eşitliğin normal sisteminde gerekli olan kısmi türev, çözülecek her bir parametreyi dikkate alarak 1. eşitlikten gelen bağıntılarla sayısal olarak hesaplanır. Sonlu düşey silindirik kaynağın kısmi türevi ve sonrasında ise üç şekil parametresi (yarıçap, üst derinlik, alt derinlik) sırasıyla şu şekilde hesaplanabilir:

$$\frac{\partial g}{\partial R} = \pi G \rho R \left[\frac{1}{\sqrt{x^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + h^2}} \right] \quad (5. \text{ eşitlik})$$

$$\frac{\partial g}{\partial z} = \pi G \rho R^2 z \left[\frac{1}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \right] \quad (6. \text{ eşitlik})$$

$$\frac{\partial g}{\partial h} = \pi G \rho R^2 h \left[\frac{1}{(x^2 + h^2)^{3/2}} \right] \quad (7. \text{ eşitlik})$$

3.1. Marquardt Yöntemi ile Teorik Model Değerlendirmesi

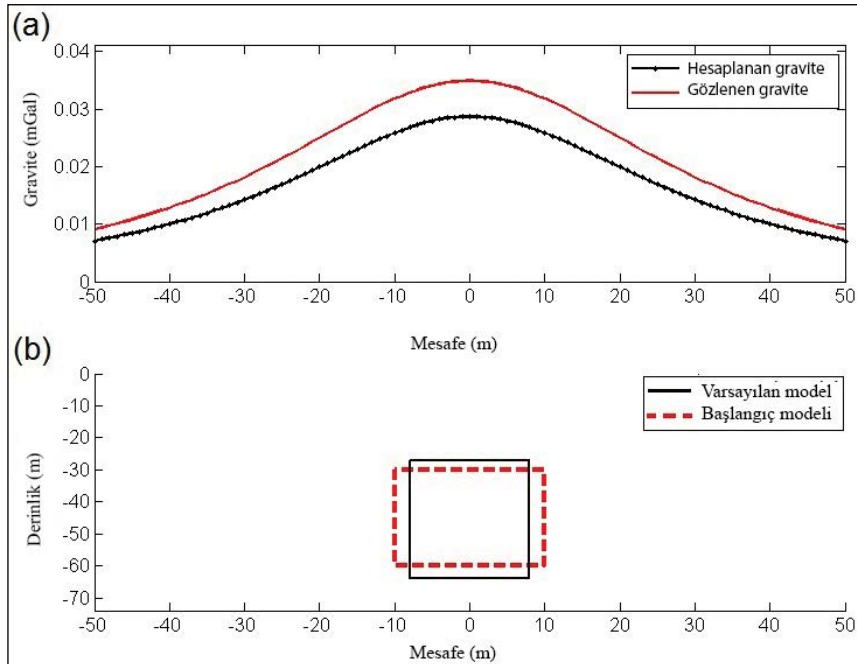
Şekil 2a, maksimum gravite değeri profilin merkezinde olan, $z=30$ m, $h=60$ m ve $R=10$ m parametrelerine sahip bir başlangıç sonlu düşey silindirik modeli ile $z=27$ m, $h=64$ m ve $R=8$ m (Şekil 2b) parametrelerine sahip bir varsayılan sonlu düşey silindirik modelinden kaynaklanan, 100 m'lik bir profil boyunca 1 m aralıklarla gözlenen ve hesaplanan

gravite alanı değişimlerini göstermektedir. Yoğunluk kontrastı $\Delta\rho=1000$ kg/m³ olarak verilmiştir.

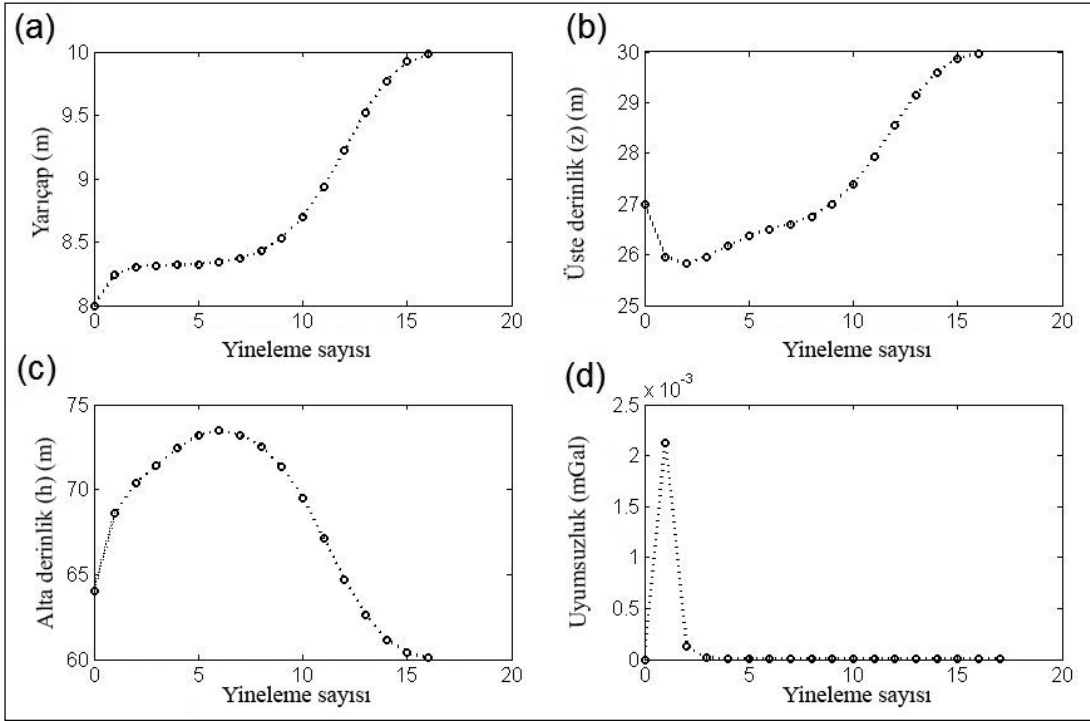
Dolayısıyla başlangıç modele ilişkin varsayılan parametreler ve gözlenen gravite alanı, Matlab'da kodlanan ters çözüm algoritması girdilerdir. Ters çözüm sırasında $\Delta\rho$ sabittir ve model parametreleri olan z , h ve R tekrarlanarak gelişir. Hata ya da uyumsuzluk (J), yineleme ve sönüm katsayısı (λ) için önceden tanımlanmış değerler sırasıyla 0,00000001 mGal, 20 ve 15'tir. Başlangıç sönüm katsayısı 0,5'tir.

J uyumsuzluğu, ilk yinelemede 0,0021 mGal başlangıç değerinden hızlı bir şekilde 3. yinelemenin sonunda 0,000042 mGal'a düşer ve kademeli olarak düşmeye devam edip, 16. yinelemeden sonra izin verilen hata değerinden daha küçük bir değer olan sıfıra ulaşır (Şekil 3d). Yineleme 16. tekrarda sonlandırılmıştır. Bu nedenle 16. yinelemede tahmin edilen parametreler ters çözümün nihai sonuçlarıdır.

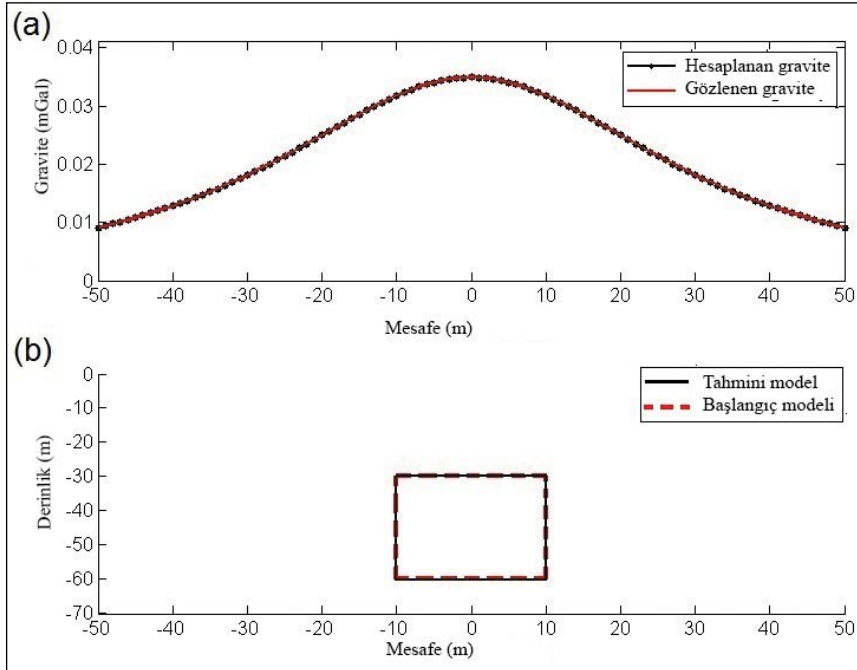
Şekil 3a, 3b ve 3d, yineleme sayısı artırılarak yapılan ters çözüm sırasındaki R , z ve h model parametrelerinin değişimlerini göstermektedir. Elde edilen nihai parametreler $z=30$ m, $h=60$ m ve $R=10$ m'dir. Şekil 4a, başlangıç modele tamamen benzer şekilde, şekil 4b'de gösterilen türetilmiş yapıdan hesaplanmış gravite anomalisini göstermektedir.



Şekil 2- a) Gözlenen ve hesaplanan gravite, b) başlangıç ve varsayılan sonlu düşey silindirik modelleri.



Şekil 3- Yapı parametrelerinin iyileştirilmesi ve uyumsuzluk fonksiyonuna karşılık Şekil 2'deki varsayılan sonlu düşey silindirik modeli için yineleme sayısı.



Şekil 4- a) Gözlenen ve hesaplanan gravite, b) başlangıç ve tahmin edilen sonlu düşey silindirik modeli.

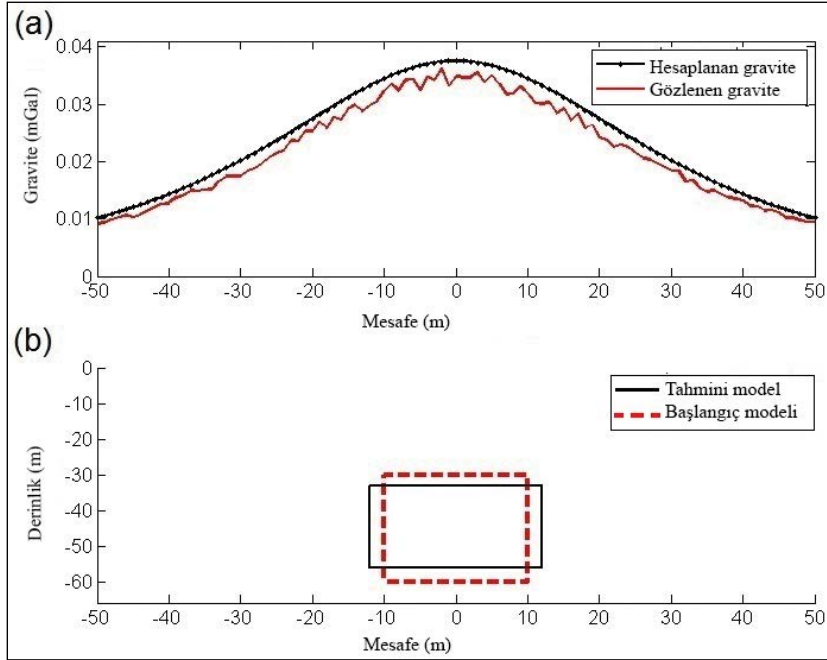
Hatanın etkinliği, başlangıç sonlu dikey silindirik modelinin (Şekil 5a) gravite tepkisine aşağıdaki eşitliği kullanarak %10 rastgele gürültü ekleyerek değerlendirilmiştir:

$$g_{nois}(x_i) = g_{obs}(x_i) [1 + (RAN(i) - 0.5) \times 0.1] \quad (8. \text{ eşitlik})$$

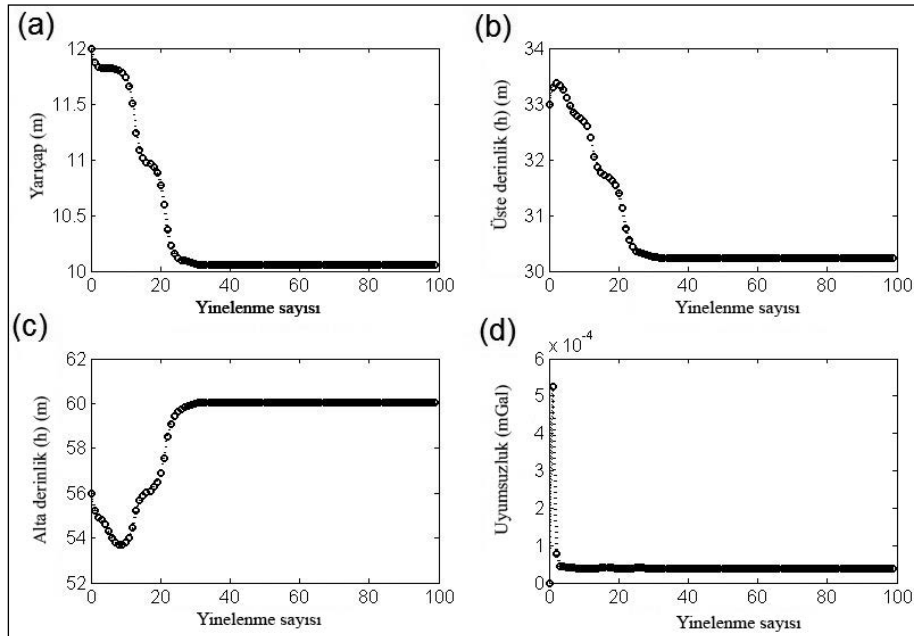
Buradaki $g_{nois}(x_i)$, x_i 'deki gürültüyle bozulan yapay veridir ve RND (i) ise 0 ile 1 arasında rastgele seçilmiş bir sayıdır.

Varsayılan sonlu düşey silindir modelinin parametreleri için başlangıç değerleri $z=33$ m, $h=56$ m ve $R=12$ m olarak verilmiştir (Şekil 5b). Hata veya uyumsuzluk (J), yineleme ve sönüm katsayısı (λ) için önceden tanımlanmış değerler sırasıyla 0,00001 mGal, 100 ve 15'tir. Başlangıç sönüm katsayısı

0,2'dir. Uyumsuzluk (J), ilk yinelemedeki başlangıç değeri olan 0,00051 mGal değerinden, 3. yinelemenin sonunda 0,000049 mGal'a hızla düşer ve daha sonra 32. yinelemenin sonunda aşamalı olarak 0.000042 mGal'a ulaşır ve bu değer en son yinelemeye kadar sabit kalır (Şekil 6d). Üst derinlik (z), alt derinlik



Şekil 5- a) %10 gürültü bozukluğu gözlenen gravite ve hesaplanan gravite, b) başlangıç ve varsayılan sonlu düşey silindir modelleri.



Şekil 6- Yapı parametreleri ve hata fonksiyonu gelişimlerine karşılık şekil 5'te verilen varsayılan sonlu düşey silindir modelinin yineleme sayıları.

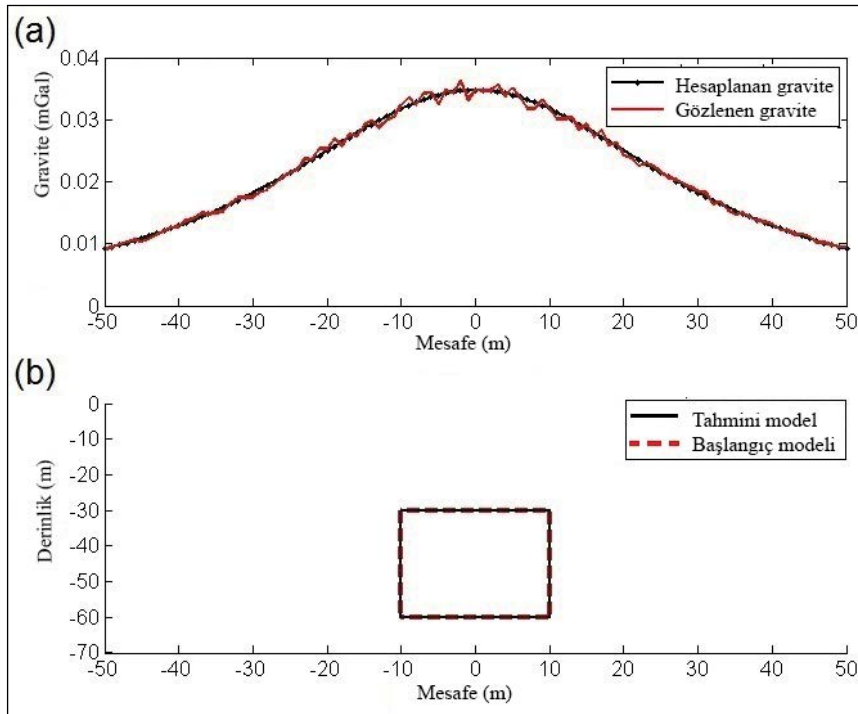
(h) ve yarıçap (R) için son değerlendirilen değerler sırasıyla 30,26 m, 60,04 ve 10,06 m'dir (Şekil 6b, 6c ve 6d). Model parametrelerinin tahminindeki hata yüzdesi olan z, h ve R değerleri sırasıyla yaklaşık 0,87, 0,07 ve 0,6 m'dir.

Şekil 7a, şekil 7b'de gösterildiği gibi tahmini parametrelerden türetilen nihai yapının üretilen gravite anomalisini göstermektedir. Yapay gravite verilerinin yorumlanmasından elde edilen, rastgele gürültülü ve gürültüsüz sayısal sonuçlar çizelge 1'de verilmiştir.

Çizelge 1- Sonlu düşey silindir modeli için başlangıçtaki ve varsayılan yapısal parametrelerden değerlendirilmiş, ilave gürültülü ve gürültüsüz sayısal sonuçlar.

Durum	Gürültüsüz			Gürültülü		
	z (m)	h (m)	R (m)	z (m)	h (m)	R (m)
Başlangıç	30	60	10	30	60	10
Varsayılan	27	64	8	33	56	12
Tahmini	30	60	10	30,26	60,04	10,06
% Hata	0	0	0	0,87	0,07	0,6

Marquardt ters çözümünün yakınsamasını değerlendirmek için, rastgele bir gürültüyle ve gürültüsüz olarak kendileriyle ilişkili gravite anomalilerini değerlendirmek üzere iki farklı başlangıç yatay silindir modeli kabul edilmiştir (Çizelge 2). Tahmini yapısal parametreler, yaklaşık olarak varsayılanları taklit eder.



Şekil 7- a) %10 gürültü bozukluğu gözlenen gravite ve hesaplanan gravite, b) başlangıç ve tahmini sonlu düşey silindir modelleri.

Çizelge 2- İki farklı sonlu düşey silindir modelinin gravite tepkilerinden değerlendirilen sayısal sonuçlar. Model 1 ve model 2'ye sırasıyla %10 ve %15 rastgele gürültü eklenmiştir.

Parametre	Model 1			Model 2			
	z (m)	h (m)	R (m)	z (m)	h (m)	R (m)	
Başlangıç	12	70	15	40	85	20	
Varsayılan	16	65	11	34	78	16,5	
Tahmini	Gürültüsüz	12,02	70	14,99	40	85,02	20,01
	% Hata	0,17	0	0,067	0	0,023	0,05
	Gürültülü	11,94	70,8	15,11	39,1	86,5	18,9
	% Hata	0,5	1,14	0,73	2,25	1,76	5,5

4. Zorunlu Sinir Ağı

Bu çalışmada yer altı kütesinin yan yana prizmalardan oluştuğu varsayımı ile gravite anomalisi kullanılarak hedef kütenin şekil ve yoğunluk kontrastının belirlenmesi için Osman vd. (2006; 2007) geliştirdiği Zorunlu Sinir Ağını (ZSA) yöntemi kullanılmıştır.

ZSA mimarisi, birbirine bağlanan ve paralel olarak performans gösteren, genellikle nöronlar olarak bilinen birkaç basit işleme elemanından üretilmiştir (Şekil 8). Girdi ve çıktılarının etkin değerlerini tahmin etmek için, öğrenme sırasındaki çeşitli ağırlıklar bu bağlantılara atfedilir ki bu ağırlıklar girdi ve çıktılarının etkin değerleri ile çarpılır (Osman vd., 2007). Yapay sinir ağlarının ilksel amacı, en iyi çıktıyı sağlayan bu ağırlıkları bulmaktır. Geri yayılım, sinir ağları için en bilinen öğrenme algoritmalarından biridir.

Bu yaklaşımda, prizmatik bir yapıya bağlı gravite anomalisini hesaplamamız gerekir. İki boyutlu prizma şekilli kütlelerin gravite anomalisini hesaplamak için Talwani ve Ewing (1960), Bhattacharyya (1964), Talwani (1965), Nagy (1966, Plouff (1976), Last ve Kubik (1983) ve Gerkens (1989) gibi bazı teknikler mevcuttur. Bu çalışmada, (i,j) koordinatlarında hiç blok bulunmaması nedeniyle p noktasındaki gravite anomalisini tahmin etmek amacıyla Last ve Kubik (1983) tarafından geliştirilen ve aşağıda verilen 2 boyutlu prizma eşitliği kullanılmıştır:

$$g_{pij} = 2G \Delta\rho \left[\left(x_i - x + \frac{d}{2} \right) \log \left(\frac{r_2 r_3}{r_1 r_4} \right) + d \log \left(\frac{r_4}{r_3} \right) - \left(d_j + \frac{h}{2} \right) (\theta_4 - \theta_2) + \left(z_j - \frac{h}{2} \right) (\theta_3 - \theta_1) \right], \quad (9. \text{ eşitlik})$$

burada

$$r_1^2 = \left(z_j - \frac{h}{2} \right)^2 + \left(x_i - x + \frac{d}{2} \right)^2,$$

$$r_2^2 = \left(z_j + \frac{h}{2} \right)^2 + \left(x_i - x + \frac{d}{2} \right)^2,$$

$$r_3^2 = \left(z_j - \frac{h}{2} \right)^2 + \left(x_i - x - \frac{d}{2} \right)^2,$$

$$r_4^2 = \left(z_j + \frac{h}{2} \right)^2 + \left(x_i - x - \frac{d}{2} \right)^2,$$

ve

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(x_i - x + \frac{d}{2} \right) / \left(z_j - \frac{h}{2} \right),$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left(x_i - x + \frac{d}{2} \right) / \left(z_j + \frac{h}{2} \right),$$

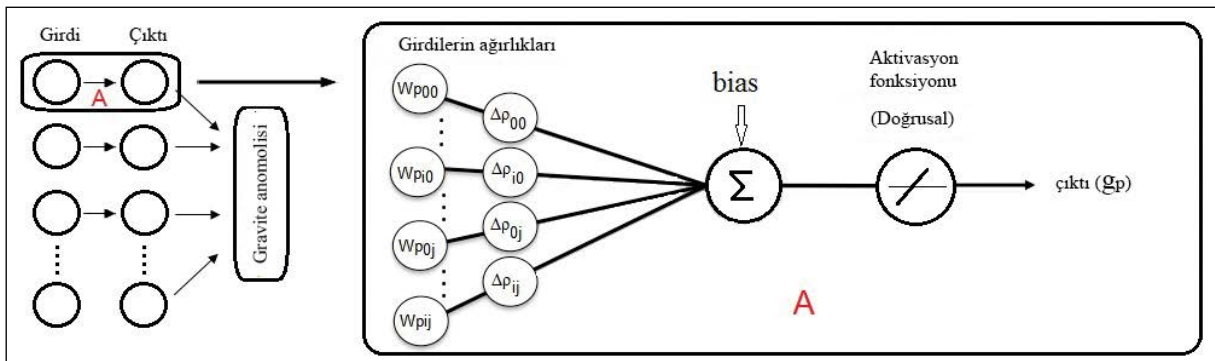
$$\theta_3 = \tan^{-1} \left(x_i - x - \frac{d}{2} \right) / \left(z_j - \frac{h}{2} \right),$$

$$\theta_4 = \tan^{-1} \left(x_i - x - \frac{d}{2} \right) / \left(z_j + \frac{h}{2} \right),$$

Burada G yerçekimi sabiti, $\Delta\rho$ yoğunluk kontrastı, d ve h her bir bloğun genişlik ve yüksekliği, x_i ve z_j ise her bir bloğun koordinatını belirtmektedir. 9. eşitlik şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$g_p = \sum_{i=0}^i \sum_{k=0}^j \Delta\rho_{hk} \times W_{phk} \quad (10. \text{ eşitlik})$$

Böylece i satırları ve j sütunları meydana gelir. 10. eşitliğe dikkat edilirse, nöronların yani her bir pikselin ağırlığı olan $\Delta\rho_{hk}$ bulunabilir ve geri yayılım sırasında ağırlıkların güncellendiği ve nöronların çıktılarının gravite anomalisi sergilediği görülebilir (Şekil 8). Böylece yoğunluk kontrastı elde edilir. Bu yöntemde, doğrusal aktivasyon fonksiyonundan kullanılması dikkat edilmesi gereken bir husustur. Yanıtlar benzersiz olmadığından, ZSA'den elde edilen sonuçlar yapının tam dağılımını göstermez. Nedensel kütleli doğru bir şekilde modellemek için, bir filtre mutlaka sifra çok yakın olan $\Delta\rho$ değeri, araştırılan



Şekil 8- Gravite anomalisi için Zorunlu Sinir Ağı (ZSA) mimarisinin şematik çizimi.

bölgenin jeolojik özelliklerinden elde edilen, sıfır olarak tayin edilen yoğunluk kontrastına karşılık gelene kadar çalışmalıdır. Aksi takdirde $\Delta\rho$ değeri, geri yayılım sonrasında jeolojik bölgenin yoğunluk kontrastına ayarlanır (Osman vd., 2007). Daha fazla bilgi edinmek için bkz. Osman vd. (2006; 2007).

4.1. ZSA ile Teorik Model Değerlendirmesi

Şekil 9a yoğunluk kontrastını 500 kg/m^3 olarak kabul eden; üst derinliği 2 m, alt derinliği 10 m olan, üst ve alt bölümlerinin genişlikleri 3 m iken orta bölümde bu değer 9 m olduğu, şekil 9b'de gösterildiği gibi bir yapay model ile ilişkili gözlenen graviteyi göstermektedir.

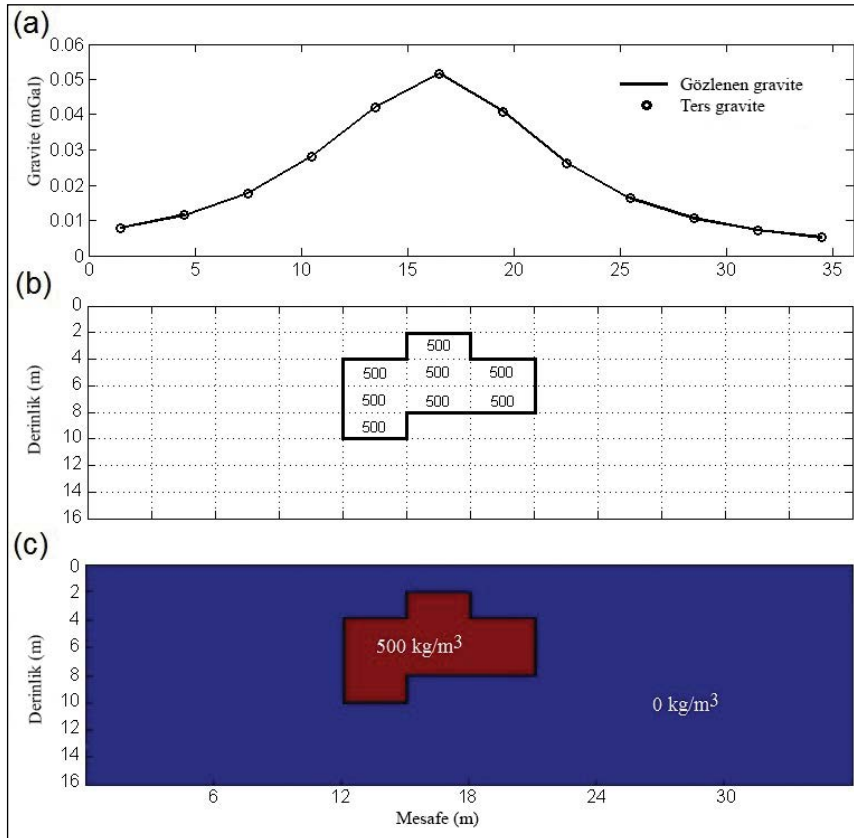
Bu modelin gravite anomalileri, ZSA'ya giriş verisi olarak kabul edilir. Daha sonra gömülü yapının şekli, konumu ve yoğunluk kontrast parametreleri, eğitilmiş ZSA kullanılarak tahmin edilir. Yoğunluk farkına ($\Delta\rho$) göre sabit değerler nöron çıktılarına tayin edilir ve bu işlem, şekil 8'te gösterilen ortalama karesel hata (g_p) yeterince küçük olana kadar sürer.

Şekil 9c yoğunluk kontrastı, şekil ve pozisyon bakış açılarından varsayılan benzeyen, ZSA tarafından değerlendirilen yapıyı göstermektedir. ZSA'dan gelen ters çözüm yapılmış gravite şekil 9a'da gösterilmektedir.

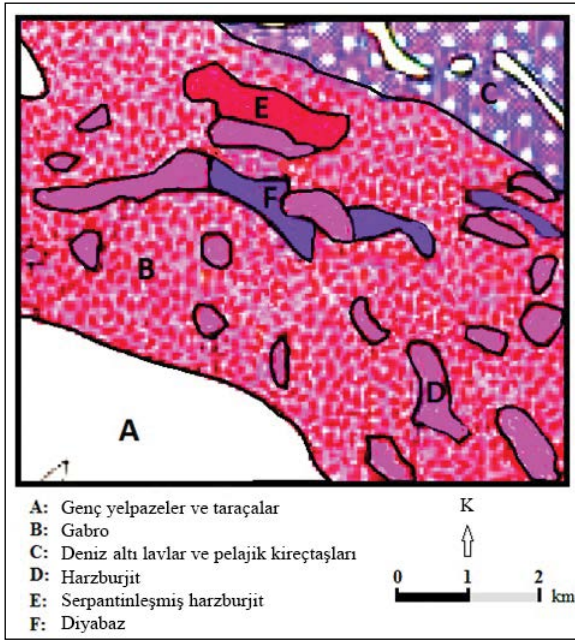
5. Gerçek Gravite Alanı Analizi

İnceleme alanı İran'ın doğusunda, Sebzevar civarında yer almaktadır. Bölgedeki kayalar çoğunlukla alkali ve ultrabazik magmatik kayalar ile kromit cevherleşmesinin görülebildiği ofiyolitlerdir (Şekil 10). Bölgedeki kromit yatakları masiftir. Şekil 11, çalışılan alanın Bouguer gravite anomalisi haritasını göstermektedir. Gravite ölçümleri, yaklaşık 10 m istasyon aralıklı 12 profil boyunca yapılmıştır. Gravite verileri, Sebzevar bölgesinde $120 \times 100 \text{ m}$ genişliğinde bir alanı kaplar.

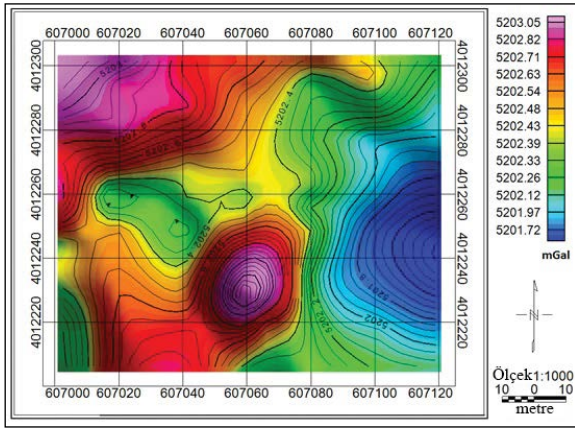
Amacımız olan rezidüel gravite anomalilerine ulaşmak için, rejyonel gravite anomalileri, bir eğilim (2. derece polinom) kullanılarak Bouguer anomalisinden çıkarılmalıdır. Şekil 12, hesaplanmış



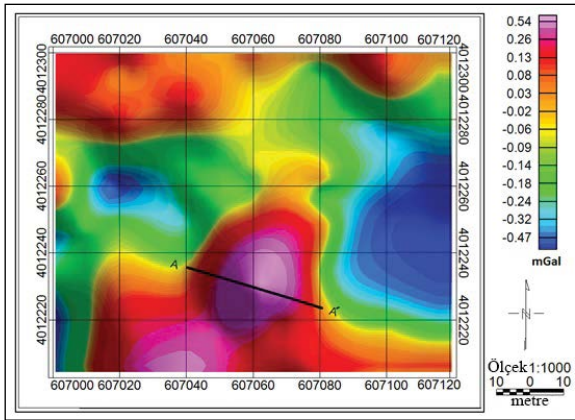
Şekil 9- a) Hesaplanmış gravite ve ters gravite, b) ilk varsayılan model ve c) ters çözüm modeli.



Şekil 10- İnceleme alanının jeoloji haritası.



Şekil 11- Bouguer gravite anomali haritası.



Şekil 12- Rezidüel gravite anomali haritası. AA' profili yaklaşık olarak batı-doğu yönünü belirtmektedir.

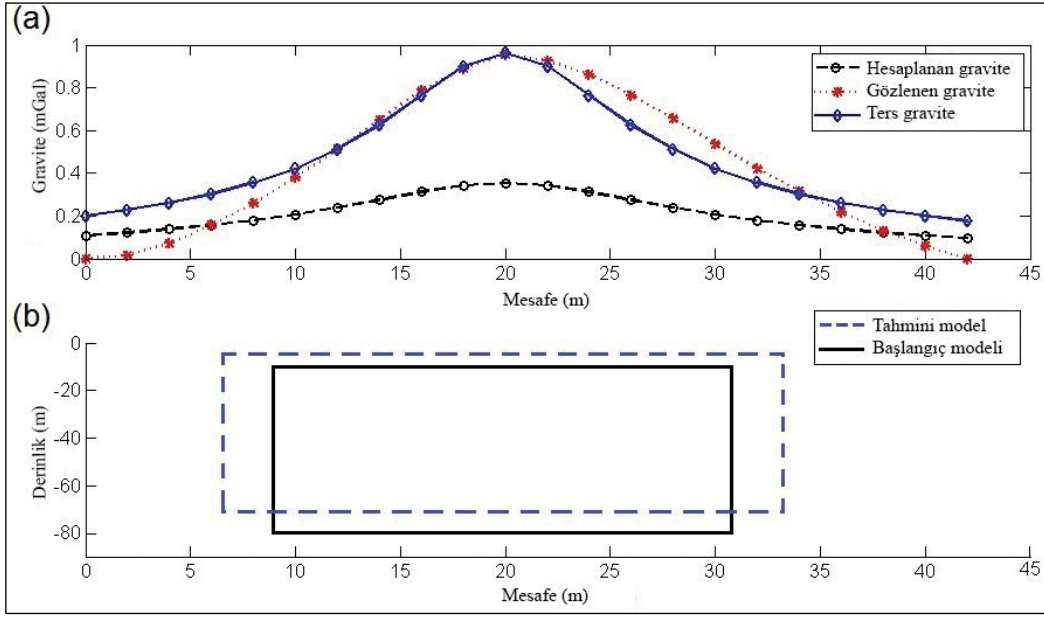
lokal gravite alanının haritasını göstermektedir. Kromitin ana kayası, çevredeki formasyona göre pozitif yoğunluk kontrastına sahiptir. Bu nedenle rezidüel gravite anomali haritasında pozitif anomali şeklinde görünmektedir. Kromit kütlelerinin ortalama yoğunluğu yaklaşık $4,5 \text{ gr/cm}^3$ 'tür, buna karşın yan kayacın yoğunluğu ise 3 gr/cm^3 ile $3,5 \text{ gr/cm}^3$ arasındadır. Burada, kromit kütlelerini yaklaşık olarak Batı-Doğu yönünde kat eden ve şekil 12'de gösterilen AA' profili boyunca rezidüel gravite alanı değişimleri analiz edilmiştir. Profilin uzunluğu 42 m ve gravite örnekleme aralığı 2 m olarak verilmiştir.

Bu çalışmada Marquardt ters çözümü, nedensel kütle şeklinin sonlu bir düşey silindir olarak kabul edildiği gerçek gravite verileri için uygulanmıştır. AA' profili boyunca, gözlenen gravite alanı değişimleri şekil 13a'da verilmiştir. Alt derinlik, üst derinlik ve yarıçap parametrelerinin başlangıç değerleri $z=8,5 \text{ m}$, $h=80 \text{ m}$ ve $R=11 \text{ m}$ olarak verilmiştir (Şekil 13b). Yoğunluk farkı 1500 kg/m^3 olarak seçilmiştir. Varsayılan başlangıç değerleri tarafından üretilen gravite anomali şekil 13a'da gösterilmektedir. Uyumsuzluk (J), yineleme ve sönüm katsayısı (λ) için varsayılan değerler sırasıyla 0,001 mGal, 50 ve 20'dir. Her bir şekil parametresinin değişkenliği ve sonlu düşey silindir geometrisi modelinin ters çözüm işlemi sırasındaki yineleme sayısına göre uyumsuzluğu şekil 14'te gösterilmektedir.

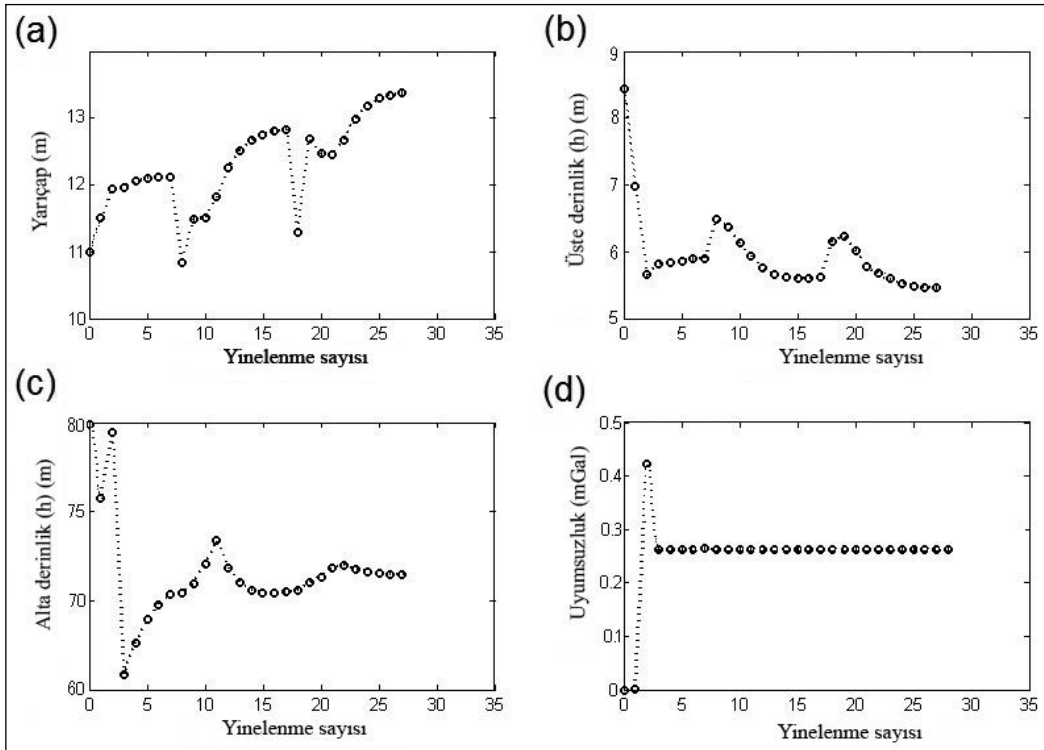
Sonlandırılmadan önceki yineleme sayısı 27 olup bu yineleme sayısının sonunda olduğu gibi, sönüm katsayısı önceden belirlenmiş değerinden daha büyük bir değer elde etmiştir. Uyumsuzluk, 3. yinelemeden sonra sabit kalırken, 27 yinelemede olduğu gibi her yinelemede diğer üç parametre değişmiştir. Son yinelemede üst derinlik, alt derinlik ve yarıçap için sırasıyla 5,4 m, 72 m ve 13,5 m değerleri elde edilmiştir. Şekil 13a tahmini parametrelere bağlı ters çözüm yapılmış graviteyi verirken, şekil 13b'de ise çıkarılan yapı gösterilmiştir. Varsayılan ve ters çözüm sonucu elde edilen yapısal parametreler çizelge 3'te sunulmuştur.

Çizelge 3- Gerçek gravite verilerinden değerlendirilen sayısal sonuçlar.

Parametre	z (m)	h (m)	R (m)	z (m)	h (m)	R (m)
Varsayılan	8,5	80	11	4	65	16
Tahmini	5,4	72	13,5	5,45	71,8	13,6
Yineleme	27			43		
Uyumsuzluk (mGal)	0,265			0,0057		



Şekil 13- a) AA' profili boyunca gözlenen, hesaplanan ve ters çözüm yapılmış gravite, b) başlangıç ve tahmin edilen sonlu düşey silindir modelleri.



Şekil 14- Gerçek gravite verileri için yineleme sayısı değişimlerine karşılık a) yarıçap, b) üst derinlik, c) alt derinlik, d) uyumsuzluk fonksiyonu.

Gerçek gravite verilerinden yorumlanan parametrelerin kalıcılık ve izotropisi, farklı varsayılan değerler kullanılarak incelenmiştir (Çizelge 3). Tahmini yapısal parametreler, yöntemin güvenilirliğini doğrular şekilde çok küçük farklılıklar göstermektedir.

Rezidüel anomali haritasında AA' gravite profili, ZSA yaklaşımı ile modelleme için de analiz edilmiştir. Her bir bloğun uzunluğu ve genişliği sırasıyla 5 m ve 10 m olarak kabul edilmiştir. Detaylı bir harita olarak bir yer altı modeli elde etmek için, değerlendirilmiş

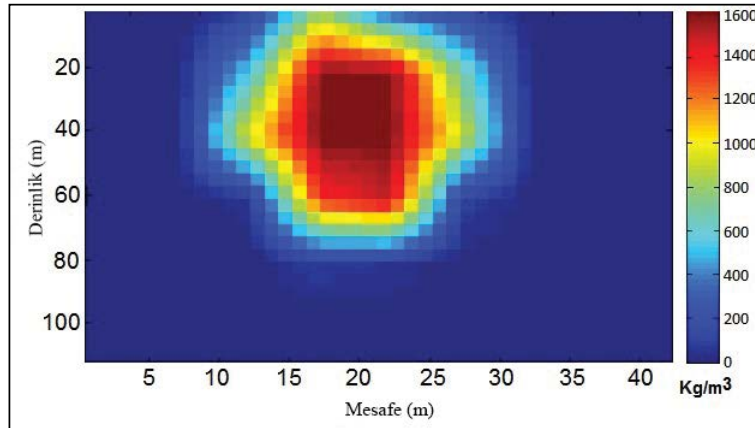
yoğunluk dağılımı enterpolasyona sokulmuştur. Burada şekil 15, yoğunluk kontrastı dağılımına dayanan kromit yatağı kütlelerinin tahmini yapısını göstermektedir. Modellenen yatağın orta kısmı 1600 kg/m^3 lük bir yoğunluk kontrastına sahiptir ve merkezden uzaklaştıkça bu değer beklendiği gibi sönümlenir. ZSA tarafından ters çözümü yapılmış yapı dikkate alındığında, gömülü kütlelerin üst derinlik, alt derinlik ve yarıçap parametreleri sırasıyla yaklaşık 8 m, 70 m ve 9 m olarak düşünülebilir.

ZSA ve Marquardt ters çözümü kullanılarak yorumlanmış kütleğe göre üretilen gravite ve ayrıca gerçek gravite karşılaştırma amacıyla şekil 16'da gösterilmiştir. Bu çalışmada, gözlenen ve değerlendirilen gravite değerleri karşılaştırılmak üzere, aşağıda formüle edilmiş olan standart hata (SE) bir kriter olarak uygulanmıştır (Asfahani ve Tlas, 2008):

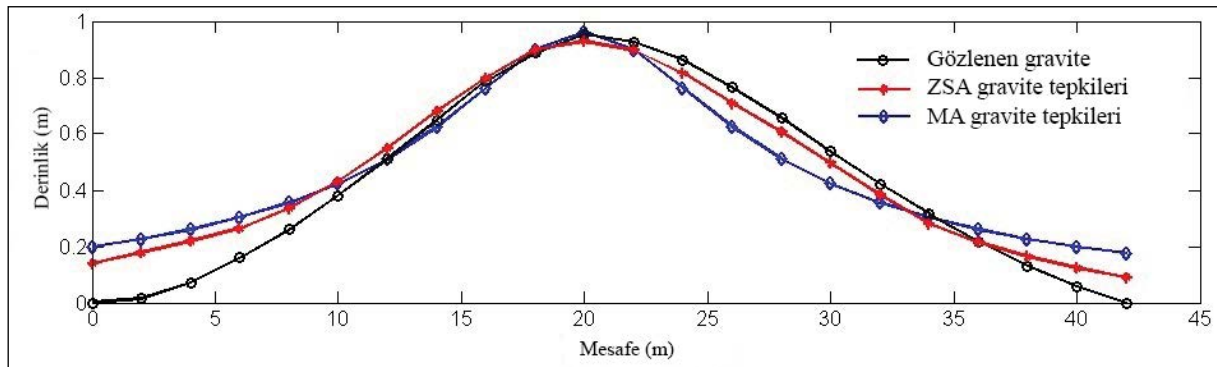
$$SE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [g_o(x_i) - g_c(x_i)]^2}{N}} \quad (11. \text{ eşitlik})$$

Burada g_o ve g_c ($i = 1, \dots, N$), sırasıyla x_i ($i = 1, \dots, N$) noktalarındaki gözlenen ve değerlendirilen değerlerdir. ZSA ve Marquardt'ın algoritma yöntemleri için standart hata sırasıyla 0,09 ve 0,126 mGal'dir. Dolayısıyla, hesaplanan SE'ye göre, ZSA'dan ters çözümü yapılmış olan yapı gerçeğe yakındır.

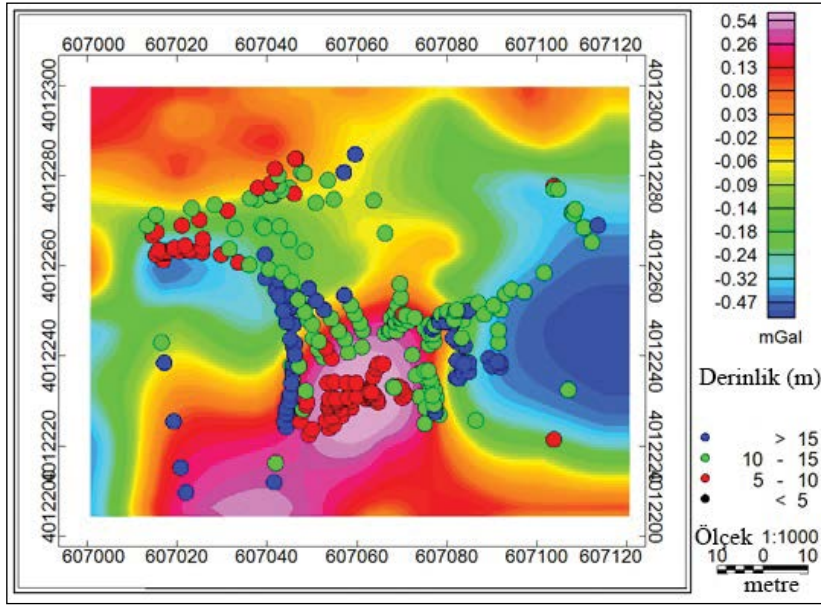
Euler dekonvolüsyonu yöntemi, anomali kaynağının derinliğini tahmin etmek için yaygın olarak kullanılan potansiyel alan çalışmalarında popüler ve iyi bilinen bir tekniktir. Bu çalışmada kromit kütlelerinin derinliğini hesaplamak için 1 yapı indeksi ve 5×5 pencere boyutu seçilerek Euler yöntemi kullanılmıştır. Şekil 17, rezidüel gravite anomali haritasında çizilen Euler dekonvolüsyonundan elde edilen çözümleri göstermektedir. Gravite anomalisinde yer alan Euler çözümleri, gömülü yatak için 5 ila 10 m arasında bir derinlik sunmaktadır (Şekil 17'deki kırmızı noktalar). Her üç yöntemin de tahmini üst derinlik değeri aynı aralıkta olduğundan, tanıtılan tüm yöntemlerin doğru çalıştığı tespit edilmiştir. Gerçek gravite anomalisi için elde edilen sonuçlar çizelge 4'te özetlenmiştir.



Şekil 15- ZSA kullanılarak gerçek gravite verilerinin analizinden elde edilen ters yoğunluk dağılımı.



Şekil 16- Gözlenen gravite ve ZSA ve Marquardt ters çözümünden (MA) elde edilen gravite tepkileri.



Şekil 17- Rezidüel gravite anomalilerinden Euler dekonvolüsyonu ile hesaplanan derinlik çözümleri.

Çizelge 4- Çeşitli yöntemler kullanılarak değerlendirilmiş parametreler.

Yöntemler	Parametreler			
	z (m)	h (m)	R (m)	SE (mGal)
ZSA	8	70	9	0,09
Marquardt algoritması	5,4	72	13,5	0,126
Euler	5-10	-	-	-

6. Sonuçlar

Bu çalışmada Marquardt algoritmasına dayanan bir optimizasyon yaklaşımı sunulmuş ve ayrıca sonlu düşey silindirik geometrik şekline bağlı rezidüel gravite anomalisinin ters çözüm modellemesi için Zorunlu Sinir Ağları uygulanmıştır. Marquardt ters çözümünden elde edilen parametrelerin tutarlılığını ve yakınsaklığını kontrol etmek için, farklı başlangıç modellerine ilişkin gürültüsüz ve gürültüyle bozulan teorik gravite verileri kullanılmış ve ters çözümün tüm durumlarda neredeyse aynı çözümleri sağladığı sonucuna varılmıştır. Ayrıca ZSA'nın performansı yapay gravite veri seti ile değerlendirilmiştir. Stabil ve doğru çözümler, hem Marquardt algoritmasının hem de ZSA yöntemlerinin güçlü ve kullanışlı ters çözüm modelleme araçları olarak güvenilirliğini ve uygulanabilirliğini doğrulamaktadır.

Yöntemler, gömülü yapı parametrelerini tahmin etmek ve İran'daki bir kromit yatağının gravite

anomalisini kullanarak yer altı yoğunluk dağılımının durumunu belirlemek için kullanılmıştır. Marquardt ters çözüm yöntemi kullanılarak hesaplanan üst derinlik, alt derinlik ve yarıçap parametreleri sırasıyla 5,4 m, 72 m ve 13,5 m iken ZSA yöntemi ile aynı değerler sırasıyla yaklaşık 8 m, 70 m ve 9 m olarak hesaplanmıştır. Bu sebeple, nedensel kütle için elde edilen ölçüler birbirine çok yakın olup bu yöntemler kullanılarak elde edilen nihai yorumlanan yapının ters çözüm yapılan gravitesi AA' kesiti boyunca gerçek gravite ile uyumludur. Minimum standart hata değeri, tahmini parametreler doğal olarak kabul edilebilir bir yapıyı gösterdiğinden, en iyi kütle şeklini seçmek için bir kriter olarak kabul edilmiştir. Beklendiği gibi, ZSA'dan gelen ters çözüm sonucu elde edilen ile gerçek gravite arasındaki standart hata miktarı, Marquardt algoritmasından gelen ters çözüm sonucu elde edilen gravite ile gerçek gravite arasındaki değerden daha küçüktür. Çünkü özelliği geometrik bir şekle yakın olan, değişmez yoğunluğa sahip bir yapı gerçekte bulunmamaktadır. Başka bir deyişle, gravite nedensel kütlesi mükemmel bir geometrik şekle sahip değildir ve heterojen bir kütledir. Yazarlar, doğrusal olmayan ters çözümde gravite anomalisi kaynağını sabit bir yoğunluğa sahip düzenli bir geometrik şekil olarak görmektedir. Bu nedenle anomali kaynağını gözlenen ve hesaplanan gravite arasındaki hatanın en düşük olduğu, en benzer geometrik şekil ile yorumlamaya çalışmıştır. Bu nedenle, gözlenen ve

hesaplanan veriler arasındaki uyumsuzluğun varlığı kaçınılmazdır. Dolayısıyla ZSA kullanılarak tahmin edilen üst derinlik (z), alt derinlik (h) ve yarıçap (R) parametrelerinin değerleri, Marquardt ters çözüm yöntemi kullanılarak tahmin edilen değerlere kıyasla gerçeğe daha yakındır. Değerlendirilen yukarı derinlikler ayrıca Euler çözümleri ile de iyi uyum gösterir.

Değerlendirilen Belgeler

- Abdelrahman, E.M. 1990. Discussion on “A least-squares approach to depth determination from gravity data” by O. P. Gupta. *Geophysics* 55, 376-378.
- Abdelrahman, E.M., El-Araby, T.M. 1993a. A least-squares minimization approach to depth determination from moving average residual gravity anomalies. *Geophysics* 58,1779–1784.
- Abdelrahman, E.M., El-Araby, H.M. 1993b. Shape and depth solutions from gravity using correlation factors between successive least-squares residuals. *Geophysics* 59, 1785–1791.
- Abdelrahman, E.M., Essa, K.S. 2015. A new method for depth and shape determinations from magnetic data. *Pure and Applied Geophysics* 172, 439–460.
- Abdelrahman, E.M., Bayoumi, A.I., Abdelhady, Y.E., Gobashy, M.M., El-Araby, H.M. 1989. Gravity interpretation using correlation factors between successive least-squares residual anomalies. *Geophysics* 54, 1614-1621.
- Abdelrahman, E.M., Bayoumi, A.I., El-Araby, H.M. 1991. A least-squares minimization approach to invert gravity data. *Geophysics* 56, 115-118.
- Abdelrahman, E.M., El-Araby, T.M., Essa, K.S. 2003. A least-squares minimisation approach to depth, index parameter, and amplitude coefficient determination from magnetic anomalies due to thin dykes. *Exploration Geophysics* 34, 241–248.
- Abdelrahman, E.M., Essa, K.S., El-Araby, T.M., Abo-Ezz, E.R. 2015. Depth and shape solutions from second moving average residual magnetic anomalies. *Exploration Geophysics*, 47/1, 58-66.
- Abedi, M., Afshar, A., Ardestani, V.E., Norouzi, G.H., Lucas, C. 2009. Application of various methods for 2D inverse modeling of residual gravity anomalies. *Acta Geophysica* 58/2, 331-336.
- Albora, A.M., Uçan, O.N., Özmen, A. 2001a. Residual separation of magnetic fields using a cellular neural network approach. *Pure Appl Geophys*,158,1797–1818.
- Albora, A.M., Uçan, O.N., Özmen, A., Özkan, T. 2001b. Evaluation of Sivas-Divriği region Akdağ iron ore deposits using cellular neural network. *J Appl Geophys* 46,129–142.
- Al-Garni, M.A. 2013. Inversion of residual gravity anomalies using neural network. *Arab J Geosci* 6, 1509–1516.
- Asfahani, J., Tlas, M. 2008. An automatic method of direct interpretation of residual gravity anomaly profiles due to spheres and cylinders. *Pure and Applied Geophysics* 165/5, 981–994.
- Bhattacharyya, B.K. 1964. Magnetic anomalies due to prism-shaped bodies with arbitrary polarization. *Geophysics* 29, 517–531.
- Bichsel, M. 2005. Image processing with optimum neural networks. *IEEE International Conference on Artificial Neural Networks*, 513, IEEE, London, 374–377.
- Bowin C., Scheer E., Smith W. 1986. Depth estimates from ratios of gravity, geoid, and gravity gradient anomalies. *Geophysics* 51, 123-136.
- Chakravarthi, V., Sundararajan, N. 2004. Ridge regression algorithm for gravity inversion of fault structures with variable density. *Geophysics* 69, 1394–1404.
- Chakravarthi, V., Sundararajan, N. 2005. Gravity modeling of 2 1/2-D sedimentary basins—a case of variable density contrast. *Computers and Geosciences* 31, 820–827.
- Chakravarthi, V., Sundararajan, N. 2006. Gravity anomalies of multiple prismatic structures with depth-dependent density – A Marquardt inversion. *Pure and Applied Geophysics* 163, 229–242.
- Chakravarthi, V., Sundararajan, N. 2007. Marquardt optimization of gravity anomalies of anticlinal and synclinal structures with prescribed depth-dependent density. *Geophysical Prospecting* 55, 571–587.
- Chakravarthi, V., Sundararajan, N. 2008. TODGINV—A code for optimization of gravity anomalies due to anticlinal and synclinal structures with parabolic density contrast. *Computers & Geosciences* 34, 955–966.
- Chua, L.O., Yang, L. 1988. Cellular neural networks. *Theory. IEEE Trans Circuits Syst* 35,1257–1272.
- Eshaghzadeh, A., Kalantari, R.A. 2015. Anticlinal Structure Modeling with Feed Forward Neural Networks for Residual Gravity Anomaly Profile, 8th congress of the Balkan Geophysical Society DOI: 10.3997/2214-4609.201414210.
- Eshaghzadeh, A., Hajian, A. 2018. 2-D inverse modeling of residual gravity anomalies from Simple geometric shapes using Modular Feed-forward Neural Network, *Annals of Geophysics*. 61,1, SE115.

- Eslam, E., Salem, A., Ushijima, K. 2001. Detection of cavities and tunnels from gravity data using a neural network. *Explor. Geophys* 32, 204–208.
- Essa, K.S. 2007. A simple formula for shape and depth determination from residual gravity anomalies. *Acta Geophysica* 55/2, 182–190.
- Gerkens, A.J.C. 1989. *Foundation of exploration Geophysics* Elsevier.
- Gupta, O.P. 1983. A least-squares approach to depth determination from gravity data. *Geophysics* 48, 357-360.
- Hajian, A.R. 2004. Depth estimation of gravity data by neural network, M. Sc. thesis, Tehran University, Iran (unpublished).
- Hammer, S. 1974. Graticule spacing versus depth discrimination in gravity interpretation. *Geophysics* 42, 60-65.
- Kaftan, I., Salk, M., Şenol, Y. 2011. Evaluation of gravity data by using artificial neural networks case study: Seferihisar geothermal area (Western Turkey). *Journal of Applied Geophysics* 75, 711-718.
- Last, B. J., Kubik, K. 1983. Compact gravity inversion. *Geophysics* 48, 713-721.
- Lines, L.R., Treitel, S. 1984. A review of least-squares inversion and its application to geophysical problems. *Geophys. Prosp* 32, 159-186.
- Marquardt, D.W. 1963. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society of Indian Applied Mathematics* 11, 431–441.
- Mohan, N.L., Anandababu, L., Rao, S. 1986. Gravity interpretation using the Melin transform, *Geophysics* 51, 114-122.
- Nagy, D. 1966. Gravitational attraction of a right rectangular prism. *Geophysics* 31, 362–371.
- Odegard, M.E., Berg, J.W. 1965. Gravity interpretation using the Fourier integral. *Geophysics* 30, 424-438.
- Osman, O., Muhittin, A.A., Uçan, O.N. 2006. A new approach for residual gravity anomaly profile interpretations: Forced Neural Network (FNN). *Ann. Geofis* 49, 6.
- Osman, O., Muhittin, A.A., Uçan, O.N. 2007. Forward modeling with Forced Neural Networks for gravity anomaly profile. *Math. Geol* 39, 593-605.
- Plouff, D. 1976. Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections. *Geophysics* 41, 727–741.
- Salem, A., Ravat, D., Johnson, R., Ushijima, K. 2001. Detection of buried steel drums from magnetic anomaly data using a supervised neural network. *J. Environ. Eng. Geophys* 6, 115-122.
- Saxov, S., Nygaard, K. 1953. Residual anomalies and depth estimation. *Geophysics* 18, 913-928.
- Sharma, B., Geldart, L.P. 1968. Analysis of gravity anomalies of two-dimensional faults using Fourier transforms. *Geophys. Prosp* 77-93.
- Shaw, R.K., Agarwal, N.P. 1990. The application of Walsh transforms to interpret gravity anomalies due to some simple geometrically shaped causative sources: A feasibility study. *Geophysics* 55, 843-850.
- Talwani, M. 1965. Computation with the help of a digital computer of magnetic anomalies caused by bodies of arbitrary shape. *Geophysics* 30, 797–817.
- Talwani, M., Ewing, M. 1960. Rapid computation of gravitational attraction of 3D bodies of arbitrary shape. *Geophysics* 25, 203–225.

