



## ALTIN CEVHERİNİN TEK TANE DARBE KIRILMA FONKSİYONLARININ AĞIRLIK DÜŞÜRME TEKNİĞİ İLE İNCELENMESİ

### AN INVESTIGATION ON SINGLE-PARTICLE IMPACT BREAKAGE FUNCTIONS OF A GOLD ORE BY DROP-WEIGHT TECHNIQUE

Ömürden GENÇ<sup>a\*</sup>

<sup>a</sup>Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Maden Mühendisliği Bölümü 48000, Muğla, Türkiye

Araştırma Makalesi

**Anahtar Kelimeler:**  
Altın Cevheri, Ufalama, Modelleme, Kırılma Fonksiyonu, Ağırlık Düşürme Testi

#### ÖZ

Bergama bölgesinden (Türkiye) temin edilen altın cevheri için darbe kırılma fonksiyonları, ağırlık düşürme testlerinden elde edilen tek tane darbe kırılma dağılımları kullanılarak tahmin edilmiştir. Bu amaçla, JK Tech ağırlık düşürme test aletinin modifiye edilmiş manuel versiyonu kullanılmıştır. Özgül öğütme enerjisinin (Ecs) darbe kırılma dağılımları üzerine etkisi incelenmiştir. Özgül ufalama enerjisi ile darbe kırılma ürün inceliği (t10) parametresi arasındaki ilişki kurulmuştur. Literatürde verilen Ecs-t10 modeli kırılma testi sonuçlarına başarılı bir şekilde uyum sağlamıştır. Kırılma fonksiyonunun tahmin edilmesinde kullanılmak üzere, altın cevheri için Ecs-t10 darbe kırılma modeli önerilmiştir. Altın cevherinin tek tane kırılma fonksiyonlarının tahmin edilebilmesi için t-aile eğrisi yaklaşımı uygulanmıştır. Bu amaçla, t-aile eğrileri modellenmiş ve altın cevheri için ampirik kırılma fonksiyonlarının değişimi farklı enerji seviyelerinde ufalama işleminin modellenebilmesi için tahmin edilmiştir.

Geliş Tarihi: 27.02.2016  
Kabul Tarihi: 24.03.2016

**Keywords:**  
Gold Ore, Comminution, Modelling, Breakage Function, Drop-Weight Test

#### ABSTRACT

Impact breakage functions for a gold ore from Bergama region (Turkey) was estimated based on the single-particle impact breakage distributions of particles obtained from drop weight tests. For this purpose, a modified manual version of a JK Tech drop-weight test device was used. Effect of specific comminution energy (Ecs) on impact breakage distributions were investigated. Relationship between specific comminution energy and impact breakage product fineness (t10) parameter was established. Ecs-t10 model given in the literature was successfully fitted to the breakage test results. Ecs-t10 impact breakage model for the gold ore was proposed to be used in breakage function estimation. t-family curve approach was applied to estimate single particle breakage functions of the gold ore. For this purpose, t-family curves were modelled and variations of empirical breakage functions for the gold ore were estimated on different impact energy levels for comminution process modelling.

## 1. Giriş

Ufalama devre dizaynı, simülasyon ve optimizasyon çalışmaları ancak gerçek kırılma bilgilerine dayanan ufalama ekipmanlarının güvenilir modellerinin oluşturulmasıyla başarılabilir. Ufalama ekipmanı modelleri (Napier Munn vd., 2005), tek tane kırılma testi (Narayanan, 1985), tek boyut fraksiyonu kesikli öğütme testi, devamlı öğütme testi verileri kullanılarak ve geriye dönük hesaplama gibi farklı yöntemler kullanarak belirlenebilen kırılma dağılım fonksiyonunun saptanmasını gerektirir (Genç, 2002). Kırılma dağılımlarının deneysel ölçümleri için önceki çalışmalarda birçok yöntem önerilmesine rağmen, matematiksel bağlantılar ve normal olmayan

kırılmalarından dolayı materyallerin kırılmasını standart bir metot ile göstermek genellikle zordur. Boyut küçültme modelleme işini kolaylaştırmak amacıyla, malzemelerin özgül kırılma fonksiyonunun genellikle başlangıç tane boyutundan, işletme koşullarından (Austin ve Luckie, 1971; Austin ve Weller, 1982; Narayanan, 1986; Weller vd., 1988; Zhang vd., 1988) ve verilen enerji miktarından bağımsız olduğu düşünülür. Diğer birçok araştırmacı (Hukki, 1961; Yashima, 1987; Schönert, 1988; Schönert 1991; Taveres ve King, 1998; Weedon, 2001) bu varsayımların tersini ispat etmişlerdir. Man (2000) kırılma dağılım fonksiyonunun tane boyutuna bağımlılığının malzemedan malzemeye değiştiğini göstermiştir.

\* Başvurulacak yazar: Ömürden Genç, [ogenc@mu.edu.tr](mailto:ogenc@mu.edu.tr)  
<http://dx.doi.org/10.19076/mta.288706>

İkiz sarkaç ve ağırlık düşürme aletleri, kırılma fonksiyonlarının hesaplanması için standart prosedürlerin geliştirilmesi için kullanılmıştır (Narayanan, 1985; 1986; Awachie, 1983; Leung, 1987; Narayanan, 1987; Morrell ve Man, 1997). Özgül kırılma fonksiyonu, özgül ufalama enerjisi (kWs/t), ve t10 kırılma parametresi arasındaki ilişki ile Narayanan tarafından tanımlanmış t-eğri yaklaşımı kullanılarak hesaplanabilir (Narayanan, 1985; 1986; 1987). t-eğri yaklaşımı tane boyutu etkisini normalize eder. Literatürde, kırılma dağılım fonksiyonunun tahmini için farklı kırılma enerji seviyeleri önerilmiştir. Narayanan'a (1985) göre, 41.788 kg-cm'lik bir enerji seviyesi, özgül ufalama enerjisi-t10 eğrisi üzerindeki uygun karakteristik kırılma dağılım fonksiyonunu tanımlar ve, cevher öğüten yaş bilyalı değirmenlerin modellemesinde kullanılmak üzere önerilmiştir. Morrell ve Man (1997) enerji seviyesi olarak rastgele 1kWs/t'u önermişlerdir. Zhang vd. (1988) çimento klinkerlerinin kırılma dağılım fonksiyonlarının tahmini için 1.25-1.5 kWs/t'luk bir enerji aralığını kullanmışlardır. Genç (2002) kırılma fonksiyonlarını hesaplamak için, çimento klinkeri tanelerinin kırılmasında 1kWs/t'u standart enerji seviyesi olarak önermiştir.

Bu çalışmada, bir altın cevherinin farklı özgül darbe enerjisi seviyelerinde ağırlık düşürme tekniği vasıtasıyla, farklı boyut fraksiyonlarının kırılma dağılımlarındaki değişiklikleri değerlendirmek ve kırılma fonksiyonlarının tahmininde t-eğri yaklaşımını

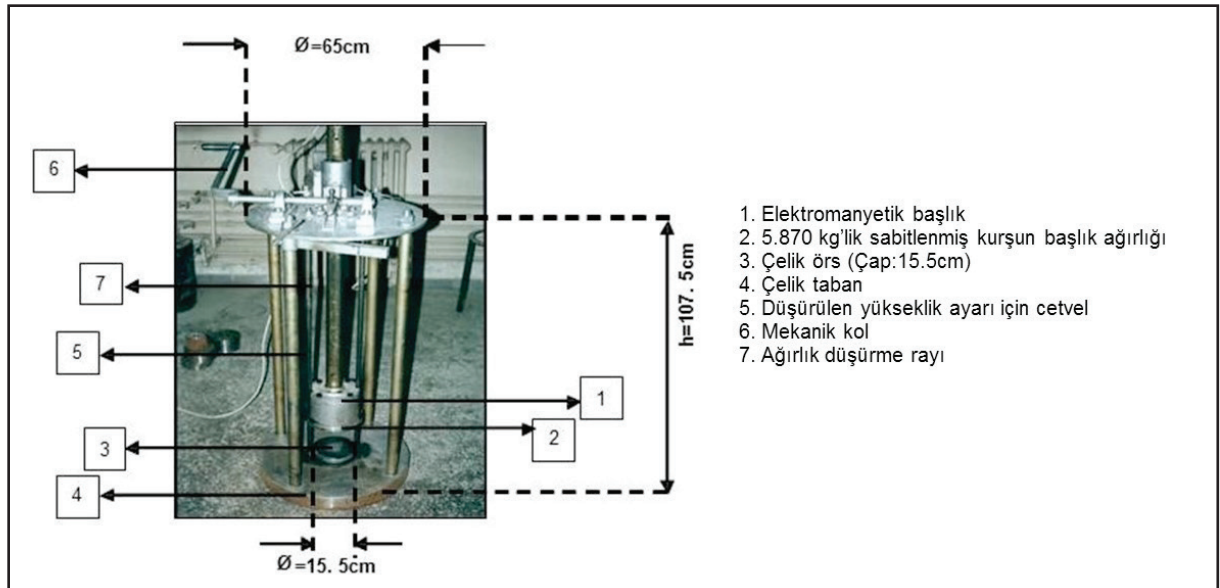
kullanarak tane boyu etkisinin normalizasyonu amaçlanmıştır. Ecs-t10 modeli (Napier Munn vd., 2005) kırılma testi sonuçları için doğrulanmıştır. Model farklı tane boyları kullanılarak elde edilen ilişkiler için de doğrulanmıştır. Özgül ufalama enerjisi ile kırılma dağılım parametresi (t10) arasında kurulan genel ilişki, farklı özgül ufalama enerji seviyelerinde kırılma fonksiyonlarını hesaplamak için kullanılmıştır. Kırılma fonksiyonunun yeniden oluşturulması modelleri (t10-tn modelleri) altın cevheri ufalama modellemesi için önerilmiştir.

## 2. Malzeme ve Yöntemler

### 2.1 Ağırlık Düşürme Testi Aleti

Bu çalışmada kullanılan ağırlık düşürme testi aleti daha önce Genç vd. (2004; 2014) tarafından tanımlanmıştır. Bu alet esasen, çelik alaşımdan yapılmış çelik örsten, tabak şeklindeki ağırlık düşürme başlığı ve ağırlıklar tutulabilen ya da istenilen yüksekliklerden bırakılabilen diye elektromanyetik alan oluşturan bir elektromıknatıstan oluşmaktadır (Genç vd., 2004). Ağırlık düşürme aletinin bir fotoğrafı şekil 1'de verilmiştir.

Tabak şeklindeki ağırlığın sağladığı darbe enerjisi seviyesi Eşitlik 1 ile hesaplanmıştır. Özgül ufalama enerjisi seviyesi Eşitlik 2 ile belirlenmiştir (Napier Munn vd., 2005).



Şekil 1- Ağırlık düşürme deney aleti.

$$E_i = m_d g (h_i - h_f) \quad (1)$$

Burada,

$E_i$  : Darbe kırılma enerjisi ( $m^2kg/s^2$ )

$m_d$  : Ağırlık düşürme başlığının kütlesi (kg)

$h_i$  : Düşürülen ağırlığın örsün üzerindeki ilk yüksekliği (m)

$h_f$  : Düşürülen ağırlığın örsün üzerindeki son yüksekliği (m)

$$Ecs = \frac{E_i}{m_p} \quad (2)$$

Burada,

$Ecs$  : Özgül ufalama enerjisi (kWs/t)

$m_p$  : Ortalama tane kütlesi (g)

## 2.2. Örnek ve Laboratuvar Çalışmaları

Deneyler için ocak çıkışı cevher örneği Türkiye'nin Bergama bölgesinden sağlanmıştır. Cevherdeki gang minerali içeriğinin çoğunlukla kuvars olduğu tespit edilmiştir. Deneyler farklı özgül ufalama enerjisi seviyelerinde (kWs/t), seçilen farklı dar tane boyu fraksiyonları üzerinde gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla,

istenilen dar tane boyu fraksiyonlarını elde etmek için örnekler kuru olarak elenmiş ve her bir kırılma enerjisi seviyesi için, her bir tane boyu fraksiyonundan temsili örnekler bir numune bölücüsü yardımıyla alınmıştır. Elde edilen her bir tane boyu fraksiyonundaki temsili tane sayısı, ortalama tane ağırlığını belirleyebilmek için sayılmıştır. İstenilen özgül ufalama enerjisi seviyelerini elde etmek için uygun yükseklik ve düşürülecek ağırlıklar hesaplanmıştır. Tabak şeklindeki ağırlık vasıtasıyla sağlanan darbe enerjisi Napier Munn vd. (2005) tarafından verilen denklemle hesaplanmıştır. Hesaplanan enerji seviyelerinde, her bir örnek üzerinde tek tane kırılma testleri yürütülmüştür. Her kırılma testinden kırılmış taneler toplanmış ve elde edilen kırılmış ürün Ö2 elek serisi kullanılarak, ro-tap elek sarsma cihazında 15 dakika boyunca kuru olarak elenmiştir. Sonuçta, kırılmış altın cevheri örneklerinin tane boyu dağılımları en iri boydan 0.038 mm'ye kadar belirlenmiştir. Test tane boyu fraksiyonları, kWs/t olarak özgül ufalama enerjisi seviyesi (Ecs) ve her enerji seviyesinde kırılan tane sayısı çizelge 1'de sunulmuştur.

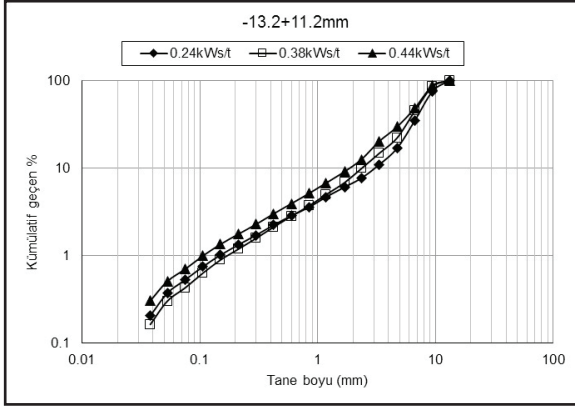
## 3. Tartışma

### 3.1. Darbe Tane Boyu Dağılımları

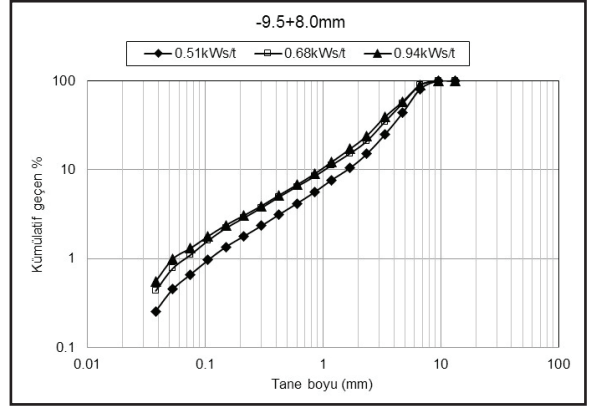
Kırılmış cevher tanelerinin tane boyu dağılımları farklı darbe enerjisi seviyeleri için şekil 2, 3, 4 ve 5'te verilmektedir.

Çizelge 1- Ağırlık düşürme test koşulları.

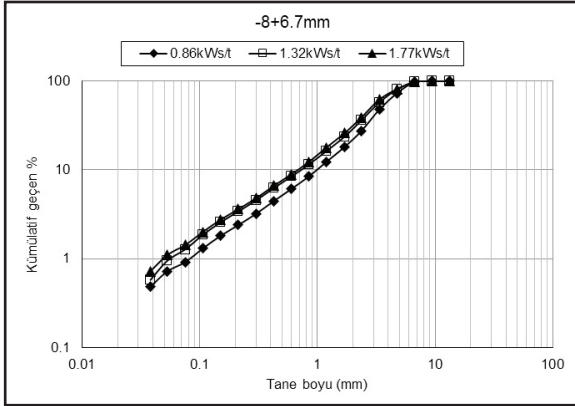
Test tane boyu fraksiyonu (mm)	Nominal test tane boyu (mm)	Ecs (kWs/t)	Her enerji seviyesinde kırılan tanelerin sayısı
-13.2+11.2	12.16	0.24	80
		0.38	80
		0.44	80
-9.5+8.0	8.72	0.51	100
		0.68	100
		0.94	100
-8+6.7	7.32	0.86	150
		1.32	150
		1.77	150
-5.6+4.75	5.16	2.51	250
		5.28	250



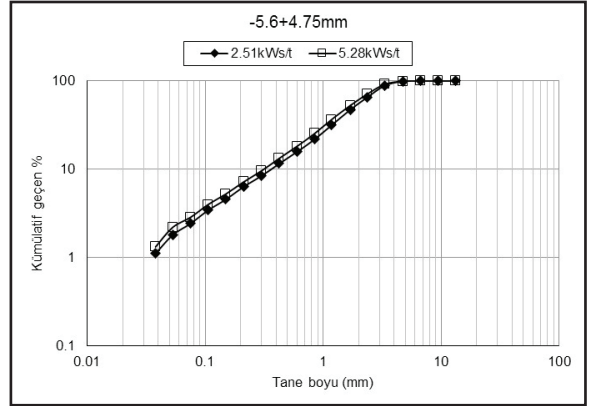
Şekil 2- Farklı darbe enerjisi seviyelerinde -13.2+11.2mm'nin kırılmasından elde edilen ürünün tane boyu dağılımları.



Şekil 3- Farklı darbe enerjisi seviyelerinde -9.5+8mm'nin kırılmasından elde edilen ürünün tane boyu dağılımları.



Şekil 4- Farklı darbe enerjisi seviyelerinde -8+6.7mm'nin kırılmasından elde edilen ürünün tane boyu dağılımları.



Şekil 5- Farklı darbe enerjisi seviyelerinde -5.6+4.75mm'nin kırılmasından elde edilen ürünün tane boyu dağılımları.

En iri test tane boyu fraksiyonu olan 13.2+11.2 mm'nin kırılma olayından elde edilen kırılma ürünlerinin tane boyu dağılımları, darbe kırılma enerjisi seviyesi artırıldıkça, daha ince tane boyu dağılımları elde edilebileceğini göstermiştir. Kırılmış ürün tane boyu dağılımlarının, enerji seviyesinde yaklaşık olarak 0.4kWs/t'luk bir artış olmasına rağmen, önemli düzeyde değişmediği gözlemlenmiştir. Bu durum, -8+6.7 mm'lik tanelerin 1.32 kWs/t ve 1.77kWs/t'luk enerji seviyelerinde kırılmasıyla elde edilen ürünün tane boyu dağılımlarından gözlemlenebilir (Şekil 4). Tane boyu inceldikçe darbe etkisiyle taneleri kırmak daha da zor hale gelmiştir. Örneğin, -5.6+4.75 mm tane boyu fraksiyonundaki tanelerin kırılma olayında, darbe enerjisi seviyesinin yaklaşık olarak 3 kWs/t artırılmış olmasına rağmen, oldukça benzer kırılmış ürün tane boyu dağılımları elde edilmiştir (Şekil 5). Bu durum, daha fazla önemli düzeyde bir boyut küçültmenin meydana gelmeyeceğinin bir göstergesidir. Altın cevheri

tanelerinin daha ileri düzeyde boyut küçültmesini sağlayabilmek için daha fazla ufalama enerjisi gerekmekte veya ufalama mekanizması şeklinin değiştirilmesi gerekmektedir.

### 3.2 Ecs-t10 Boyut Küçültme Modeli

t10 değeri geleneksel olarak incelik ya da kırılma indeksi numarası olarak kabul edilmiştir. t10 nicelik olarak, kırılmış tane boyu fraksiyonunun geometrik ortalamasının 1/10'undan geçen malzeme miktarı olarak tanımlanmaktadır. t10 dağılım parametresinin değeri, farklı enerji tüketim seviyelerinde kırılmış tane boyu fraksiyonunun inceliğini göstermektedir. Malzemelerin darbe kırılma davranışı, t10 değerini kullanarak tane boyu bazında, herhangi bir özgül ufalama enerji seviyesinde tek dağılım parametresiyle karakterize edilebilir ve karşılaştırılabilir.

t10 ve özgül ufalama enerji seviyesi arasındaki ilişki kurulduğunda, t-egrislerini kullanarak istenilen

tane boyu dağılımını elde etmek için gerekli özgül enerji tüketimi tahmin edilebilir. Ecs-t10 modeli Eşitlik 3'te verilmektedir. Model parametreleri olan A ve b'nin çarpımı "sıfır" giriş enerjisindeki Ecs-t10 ilişkisinin eğimidir. Axb parametresi cevherin sertliğini karakterize etmek için kullanılabilir. Axb'nin daha düşük değeri, eşit miktardaki kırılma için daha fazla enerjiye ihtiyaç duyulduğunu göstermektedir (Napier Munn vd., 2005).

$$t_{10} = A \times [1 - \exp(-b \times Ecs)] \quad (3)$$

Bu ufalama modelinde;

A, b: malzeme darbe parametreleri

Ecs: Özgül ufalama enerjisi (kWs/t)

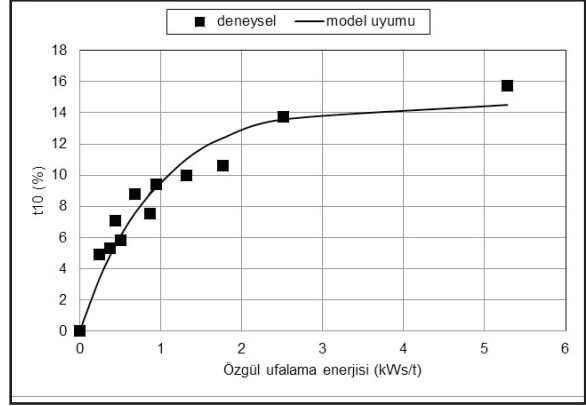
Altın cevheri için darbe kırılma modeli Eşitlik 4'te verilmiştir. A ve b değerleri SPSS istatistik programı kullanılarak doğrusal olmayan regresyon yöntemiyle belirlenmiştir. Genel modele uyumun R<sup>2</sup> değeri 0.92 olarak saptanmıştır. Axb değeri 15.72 olarak belirlenmiştir.

$$t_{10} = 14.56 \times [1 - \exp(-1.08 \times Ecs)] \quad (4)$$

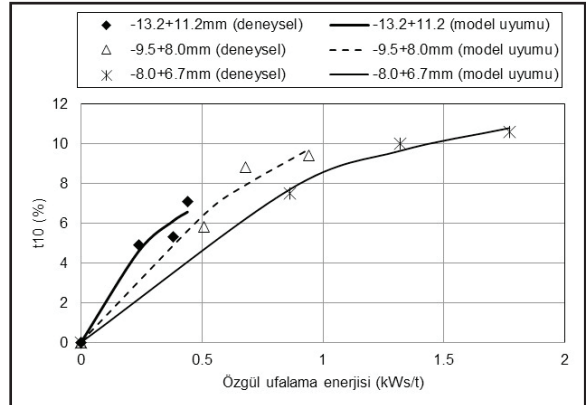
Özgül ufalama enerjisi ile t<sub>10</sub> parametresi arasındaki genel ilişki şekil 6'da verilmektedir. Deneysel değerler modelden tahmin edilen değerlerle karşılaştırılmıştır. Deneysel veriler ile modelden hesaplanan değerler arasındaki yeterli düzeydeki uyum, altın cevheri için Ecs-t<sub>10</sub> modelinin geçerliliğini göstermiştir.

Tane boyu bazında Ecs-t<sub>10</sub> ilişkisini kurmak için, her bir tane fraksiyonunun test sonuçlarına doğrusal olmayan regresyon analizi uygulanmıştır. Deneysel ve modelden hesaplanan değerler, farklı tane boyu fraksiyonları için, şekil 7'de karşılaştırılmıştır. Farklı tane boyu fraksiyonları için model geçerliliği sonuçları çizelge 2'de gösterilmiştir. Ecs-t<sub>10</sub> modeli, sadece iki deneysel sonucun olması nedeniyle, -5.6+4.75

mm'lik tane boyu fraksiyonu için doğrulanamamıştır. Tane boyu ve Axb parametresi arasında doğrusal bir ilişkinin olduğu bulunmuştur. Bu ilişki, farklı tane boylarının sertliği arasındaki karşılaştırmayı sağlamıştır (Şekil 8). Elde edilen sonuçlar ayrıca, sabit özgül ufalama enerjisi seviyesinde, cevher tanelerinin Ecs-t<sub>10</sub> ilişkilerinin tane boyu ile değişim gösterdiğini göstermiş olup, bu durum farklı tane boylarının mineralojik ve kimyasal bileşimine, mikroyapısındaki muhtemel farklılıklara bağlanabilir.



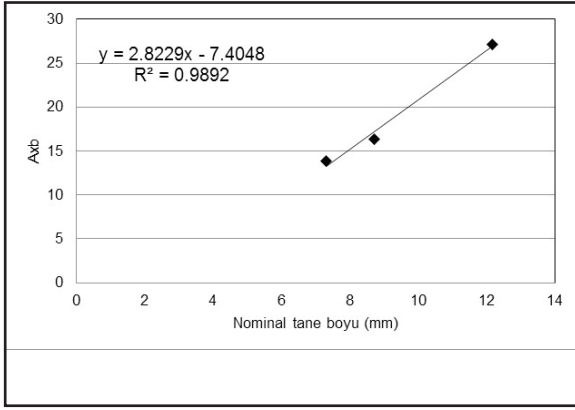
Şekil 6- Altın cevheri örneği için özgül ufalama enerjisi ile t<sub>10</sub> (%) arasındaki genel ilişki.



Şekil 7- Altın cevheri örneğinin farklı tane boyu fraksiyonları için özgül ufalama enerjisi ve t<sub>10</sub> (%) değerleri arasındaki ilişkiler.

Çizelge 2- Farklı tane boyu fraksiyonları için tahmin edilen model parametreleri.

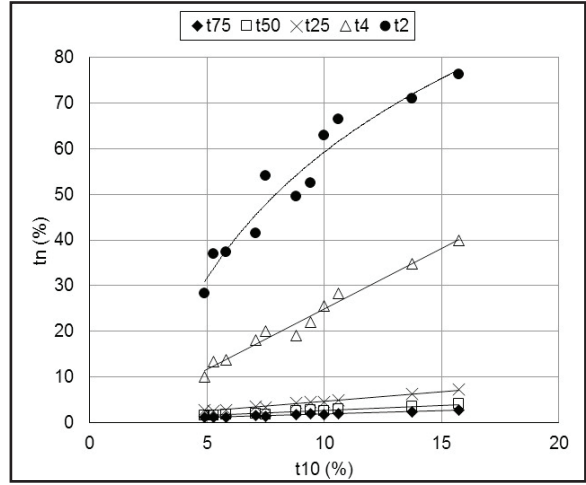
Tane boyu fraksiyonu (mm)	A	b	R <sup>2</sup>	Axb
-13.2+11.2	8.86	3.06	0.96	27.16
-9.5+8.0	15.29	1.07	0.98	16.38
-8.0+6.7	12.58	1.10	1.00	13.85



Şekil 8- Tane boyu ile Axb arasındaki ilişki.

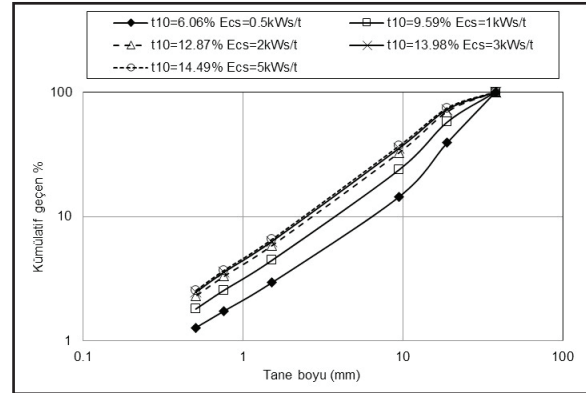
### 3.3. t-aile Eğrileri ve Modelleri

t-aile eğrileri yaklaşımı (Narayanan,1985) altın cevherinin kırılma fonksiyonlarını belirlemek için kullanılmıştır. Kırılma fonksiyonunun yeniden oluşturulması için  $t_{10}$ - $t_n$  ilişkileri Şekil 9'da verilmektedir. Tane boyu etkisini normalleştiren t-eğrisi yaklaşımının tanımı literatürde verilmiştir (Narayanan, 1985; 1986; 1987). Dağılım parametresi,  $t_{10}$  ince boyut aralıklarındaki malzeme miktarını temsil etmesi, dolayısıyla ince boyulardaki ufalanma hakkında daha fazla bilgi sağlaması nedeniyle kullanılmıştır. Bu yaklaşıma göre, deney örneklerinin kırılması sonucu elde edilen tane boyu dağılım verileri çizilmiş ve  $y/2$ ,  $y/4$ ,  $y/10$ ,  $y/25$ ,  $y/50$ ,  $y/75$  kümülatif yüzde geçen boyutlarına karşılık gelen  $t_2$ ,  $t_4$ ,  $t_{10}$ ,  $t_{25}$ ,  $t_{50}$  ve  $t_{75}$  tane boyu dağılım parametreleri belirlenmiştir.  $y$  test tanelerinin boyut fraksiyonunun geometrik ortalamasıdır. İlgili tane fraksiyonunun herhangi bir özgül enerji seviyesinde kırılmasıyla elde edilen ürün boyut dağılımını oluşturmamızı sağlayan t-aile eğrilerini elde etmek için,  $t_{10}$ 'a karşı diğer dağılım parametreleri çizilmiştir. Altın cevheri için  $t_{10}$ - $t_n$  aile eğrileri Şekil 9'da verilmektedir. t-eğrilerinin regresyon denklemleri Çizelge 3'te gösterilmektedir. Altın cevherinin tek tane darbe kırılma fonksiyonları Çizelge 3'teki regresyon denklemlerini kullanarak farklı özgül enerji seviyeleri için tahmin edilmiş ve Şekil 10'da verilmiştir. Altın cevheri tanelerinin 1 kWs/t'dan daha yüksek darbe enerjisi seviyelerinde benzer kırılma fonksiyonlarına sahip olmaya başladığı gözlemlenmiş ve bu durum, 1kWs/t'dan daha yüksek enerji seviyelerinde darbe mekanizmasıyla önemli düzeyde bir boyut küçültmenin artık mümkün olmayacağını göstermiştir.

Şekil 9- Altın cevheri için  $t_{10}$ - $t_n$  ailesi ilişkileri.

Çizelge 3- Normalleştirilmiş kırılma fonksiyonunu yeniden oluşturma modelleri.

Eşitlik	R <sup>2</sup>
$t_2=39.86\ln(t_{10})-32.516$	0.94
$t_4=2.6571(t_{10})-1.6486$	0.98
$t_{25}=0.4267(t_{10})+0.3636$	0.99
$t_{50}=0.2309(t_{10})+0.3403$	0.95
$t_{75}=0.1495(t_{10})+0.3738$	0.93



Şekil 10- Farklı özgül ufalama enerji seviyeleri için tipik darbe kırılma fonksiyonları.

## 4. Sonuç

Altın cevheri için özgül ufalama enerjisi ve  $t_{10}$  kırılma dağılım parametresi arasındaki ilişkinin, literatürde verilen Ecs- $t_{10}$  modeline başarılı bir şekilde uyum sağladığı belirlenmiştir (Napier Munn vd., 2005). Altın cevheri tanelerinin darbe kırılmasının tane boyuna bağlı olduğu saptanmıştır. Tane boyu ve Axb darbe kırılma parametresi arasında doğrusal bir ilişki bulunduğu görülmüştür. Altın cevheri için t-eğrileri modellenmiş ve bu modeller altın cevherinin ufalanma modelinde kullanılabilir kırılma fonksiyonlarının yeniden oluşturulması için önerilmiştir. Farklı enerji seviyeleri için

normalleştirilmiş kırılma dağılım fonksiyonlarındaki değişimler belirlenmiştir. Darbe kırılma dağılım fonksiyonunun, 1kWs/t' dan daha yüksek enerji seviyelerinde önemli düzeyde değişmediği belirlenmiştir. İlgili altın cevherinin hazırlanmasında kullanılan darbe mekanizması temeline dayanarak çalışan boyut küçültme ekipmanlarında, ufalamanın modellenmesi ve simülasyonunda kullanılmak üzere kırılma fonksiyonunu yeniden oluşturma modelleri önerilmiştir.

### Katkı Belirtme

Yazar, Hacettepe Üniversitesi Maden Mühendisliği Bölümünden Prof. Ş. Levent Ergün'e teşekkür eder.

### Değinen Belgeler

- Austin, L.G., Luckie, P.T. 1971. Methods for determination of breakage distribution parameters. *Powder Technology* 5, 45-52.
- Austin, L.G., Weller, K.R. 1982. Simulation and scale-up of wet ball mills. XIV International Mineral Processing Congr., Toronto, Canada, 8.1-8.24.
- Awachie, S.E.A. 1983. Development of crusher models using laboratory breakage data. PhD Thesis. The University of Queensland, JKMR, Australia.
- Genç, Ö. 2002. An investigation of the breakage distribution functions of clinker and additive materials. MSc Thesis. Hacettepe University, Mining Engineering Department, Turkey.
- Genç, Ö., Benzer, A.H., Ergün, Ş.L. 2004. Single particle breakage characterization of materials by drop weight testing. *Physicochem. Probl. Miner. Process. Poland*, 38, 241-255.
- Genç, Ö., Benzer, A.H., Ergün, Ş.L. 2014. Analysis of single particle impact breakage characteristics of raw and HPGR-crushed cement clinkers by drop weight testing. *Powder Technology*. 259, 37-45.
- Hukki, R.T. 1961. Proposal for a Solomonian settlement between the theories of von Rittinger, Rick and Bond. *Trans SME/AIME*, 220, 403-408.
- Leung, K. 1987. An energy based ore specific model for autogenous and semiautogenous grinding. PhD Thesis. The University of Queensland, JKMR, Australia.
- Man, Y.T. 2000. A Model-based scale-up procedure for wet, overflow ball mills. PhD Thesis. Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre, Department of Mining, Minerals and Materials Engineering, The University of Queensland, Australia.
- Morrell, S., Man, Y.T. 1997. Using modelling and simulation for the design of full scale ball mill circuits. *Minerals Engineering* 10, (12) 1311-1327.
- Napier Munn, T.J., Morrell, S., Morrison, R.D., Kojovic, T. 2005. *Mineral Comminution Circuits Their Operation and Optimization*. JKMR Monograph Series in Mining and Mineral Processing, No.2, The University of Queensland, Brisbane, Australia.
- Narayanan, S.S. 1985. Development of a laboratory single particle breakage technique and its application to ball mill modelling and scale-up. PhD Thesis. Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre, The University of Queensland, Australia.
- Narayanan, S.S. 1986. Single particle breakage tests: A review of principles and applications to comminution modeling. *Bull Proc. Australas. Inst. Min. Metall.* 291, 4, 49-58.
- Narayanan, S.S. 1987. Modelling the performance of industrial ball mills using single particle breakage data. *International Journal of Mineral Processing* 20, 211-28.
- Schönert, K. 1988. Fundamentals of particle breakage. Course notes. University of Witwatersrand, Division of Continuing Engineering Education, Johannesburg Section F6.
- Schönert, K. 1991. Advances in comminution fundamentals and impacts on technology. *Aufbereit.-tech.* 32, 487-494.
- Tavares, L.M., King, R.P. 1998. Single-particle fracture under impact loading. *International Journal of Mineral Processing* 54, 1-28.
- Weedon, D.M. 2001. A perfect mixing matrix model for ball mills. *Minerals Engineering* 14, 10, 1225-1236.
- Weller, K.R., Sterns, U.J., Artone, E., Bruchard, W.J. 1988. Multicomponent models of grinding and classification for scale-up from continuous small or pilot scale circuits. *International Journal of Mineral Processing* 22, 19-147.
- Yashima, S., Kanda, Y., Sano, S. 1987. Relationships between particle size and fracture energy or impact velocity required to fracture as estimated from single particle crushing. *Powder Technology* 51, 277-282.
- Zhang, Y.M., Napier Munn, T.J., Kavetsky, A. 1988. Application of comminution and classification modelling to grinding of cement clinker. *Trans. IMM.* 97, C207-C214.