

Ilk_inv: Bouguer gravite verileri ile yapma-3B kontrast dağılımının hızlı hesaplaması üzerine Matlab tabanlı bir algoritma

Ilk_inv: a Matlab based algorithm for rapid computation of pseudo-3D density contrast distribution by using Bouguer gravity data

İlkin ÖZSÖZ^{a*}

^aMaden Tetkik ve Arama Genel Müdürlüğü, Deniz Araştırmaları Dairesi Başkanlığı, Ankara, Türkiye

Araştırma Makalesi

| ÖZ |
|--|
| bir şekilde hesaplanmasına olanak sağlamaktadır. Çalışmada, bir boyutlu (1B) denklemi üzerine kurulmuş üç boyutlu (3B) varsayımı kullanılmıştır. Dolayısı ile, sonuç çıktısı 3B yerine yapma–3B olarak ifade edilmektedir. Bu algoritma, yapma–3B sonuçları üretmek için tekil değer ayrıştırması ve ortanca filtre kullanmaktadır. Çalışma kapsamında yöntemin başarısı teorik çalışmalar ve saha çalışmaları ile test edilmiştir. Tek kaynaklı modeller, sentetik çalışmalar için gerçek yoğunluk kontrast değerine kıyasla makul çıktılar üretirken; çoklu kaynak modeli, gerçek yoğunluk kontrast değerine göre $\pm 0,3$ g/cm ³ 'lük küçük sapmalar göstermiştir. Yapılan çalışmada Doğu Akdeniz Bölgesi'nde Bouguer anomalisi için kabul edilebilir sonuçlar gözlenmiştir. Çözünürlük matrisi, ters çözüm süreçlerinin genelleştirilmiş ters çözümden etkilendiğini göstermektedir. Algoritma, yorumlayıcıya oldukça farklı bir kalitatif yorumlama perspektifi sağlamaktadır. |
| ABSTRACT |
| The new generation Matlab-based algorithm provides a rapid estimation of density contrast distribution. The 3D assumption, which is based on the 1D equation, is used. Therefore, the output is called pseudo-3D instead of 3D. The algorithm uses singular value decomposition and the median filter to produce pseudo-3D results. The success of the method is tested by theoretical and field studies. For synthetic studies, single-source models produce reasonable outputs, compared to the true density contrast value. However, the multiple source model shows slight deviations which are ± 0.3 g/cm ³ , with respect to the true density contrast value. The acceptable results are observed for the Bouguer anomaly of the eastern Mediterranean region. The resolution matrix indicates that the inversion process is biased due to the generalised inverse. The algorithm provides a quite different qualitative interpretation perspective to the interpreter. |
| |

1. Giriş

Jeofizikte gravite modellemesi yaygın olarak kullanılan bir yöntem olarak kabul edilmektedir. Tektonik çalışmalar (Tontini vd., 2008; Tadjou vd., 2009), kaynak araştırmaları (Paterson ve Reeves, 1985; Allen vd., 2001; Nagihara ve Hall, 2001) ve mühendislik çözümleri (Hinze, 1990; Roberts vd., 1990; Peacock, 1992) gravite modellemesi aracılığıyla

Attf bilgisi: Özsöz, İ. 2021. Ilk_inv: a Matlab based algorithm for rapid computation of pseudo-3D density contrast distribution by using Bouguer gravity data. Bulletin of the Mineral Research and Exploration 166, 19-32. https://doi.org/10.19111/bulletinofmre.959011

*Başvurulacak yazar: İlkin ÖZSÖZ, ilkin.ozsoz@mta.gov.tr

çözülebilmektedir. Yeraltı kütle varyasyonları, gravite anomalileri oluşturur. Gravite modellemesinin kökeni Newton Yasasına kadar geri gitmektedir (Cai vd., 2018). Gravite modellemesinin temel amacı, nedensel cisimlerin geometrik ve fiziksel parametrelerini tespit etmektir (Grandis ve Dahrin, 2014).

Ters çözüm teknikleri, gözlemlenen verileri teorik yanıta uygun hale getirerek istenen parametreleri sağlamaktadır (Grandis ve Dahrin, 2014). Dolayısıyla ters çözüm, gözlemlenen gravite verilerinin sayısal yorumun önemli bir parçasıdır (Bear vd., 1995; Hinze vd., 2013).

Geleneksel ters çözüm yönteminde yeraltı, yoğunluğu bilinmeyen dikdörtgen prizmalara bölünür (Grandis ve Dahrin, 2014). Ayrıca, bu prizmalar tekdüze olmalıdır. Dikdörtgen blokların aynı şekil ve boyutta olması nedeniyle, yoğunlukları tahmin etmek doğrusal bir ters çözüm problemdir (Parker, 1977; Grandis ve Dahrin, 2014). Diğer bir ifadeyle, veri ve model parametreleri arasında doğrusal bir bağımlılık vardır (Grandis, 2009; Menke, 2018). Bu doğrusal ilişki, kötü konumlanmış bir problem olarak değerlendirilebilir.

Teorik modeldeki hatalar ve potansiyel alanın doğası hakkında yetersiz bilgi, ters çözüm sırasında zorluklara neden olur (Fedi ve Rapolla, 1999). Ancak bu yöntemin en büyük zorluğu, doğası gereği eşsiz olmamasıdır (Fedi ve Rapolla, 1999). Yani verilere uvan baska bircok model olabilmektedir (Blakely, 1996; Grandis, 2009). Ayrıca, Gözlenen gravite alanını oluşturabilen sonsuz yeraltı yoğunluk dağılım modelleri olabileceği de unutulmamalıdır (Li ve Oldenburg, 1998). Dolayısıyla bu teknik, bir başlangıç modeli olarak iyi yapılandırılmış bir yoğunluk kontrastı gerektirmektedir (Li ve Oldenburg, 1998). Ayrıca, doğası gereği eşsiz olmama konusu üzerine birçok makale vardır. Smith (1959, 1960), Parker (1974, 1975) ve Hammer vd. (1991) yoğunluğun, bilinen modellerin analitik denklemleri yoluyla sınırlandırılması ile, kaynak ve yoğunluğun üst ve alt sınırlarının eşsiz bir sekilde türetilebileceğini göstermislerdir. Derinlik ve yoğunluk kontrastını tahmin etmede doğrusal olmayan ters çözüm tekniklerini kullanan başka makaleler de (Roy, 1962; Parker 1972; Pederson, 1977; Pilkington ve Crossley, 1986; Xia ve Sprowl, 1992; Fedi, 1997) bulunmaktadır.

Verilen gravite anomalisinin derinlik ve yoğunluk kontrastı, dalga sayısı alanında (Parker, 1972, 1974, 1975; Oldenburg, 1974; Enmark, 1981; Mareschal, 1985; Granser, 1987; Huestis, 1988; Reamer ve Ferguson, 1989; Guspi, 1992; Xia ve Sprowl, 1992) veya uzamsal alanda hesaplanabilmektedir (Cordell ve Henderson, 1968; Al-Chalabi, 1972; Pederson, 1977, 1979; Tarantola ve Valette, 1982; Menichetti ve Guillen, 1983). Dalga sayısı alan yöntemleri, sedimanter havza ile temel kaya arasındaki derinliği türeten etkili sonuçlar göstermektedir (Bear vd., 1995). Öte yandan, uzamsal alan yöntemlerinin etkinliği, yeraltı yoğunluk kontrastı belirleme açısından kanıtlanmıştır (Bear vd., 1995).

Bu çalışmada, uzamsal alanda doğrusal ters çözüm tekniği Levenberg-Marquart (Levenberg, 1944) sönüm faktörü ile kullanılmıştır. Sönüm parametresi, çözümde gürültülü veriler üreten gereksiz sonuçları önlemektedir (Grandis ve Dahrin, 2014). Ayrıca, jeolojik bilginin eksik olduğu durumlarda başlangıç yoğunluk kontrast modeli ile amaç fonksiyonu arasında bağımsızlık sağlamaktadır (Grandis ve Dahrin, 2014).

Genel olarak jeofizik problemler, kötü konumlanmış ters çözüm problemlerinden muzdariptir. Ters çözüm işleminin stabilizasyonu, tekil değer ayrıştırması (SVD) ile yapılabilmektedir (Press vd., 2007). SVD yöntemi, G matrisini farklı özgörüntü serilerine ayrıştırabilir (Zhao ve Chen, 2011). SVD sinyal ve gürültü ayrımı için kullanılmıştır (Vrabie vd., 2004; Clifford, 2005). Ulrych vd. (1988) ve Freire ve Ulrych (1988), SVD'nin düşey sismik profil (VSP) yönteminde yukarı ve aşağı giden dalgaları ayırmak için kullanılabileceğini göstermiştir.

Bu çalışmada tanımlanan ters çözüm yöntemi, verilen bir gravite alanından başlangıç yoğunluk kontrast modelini hesaplamaktadır. Sonrasında ise nihai yoğunluk kontrast modelini tahmin etmek için tekil değer ayrıştırmasını (SVD) kullanan doğrusal bir ters çözüm tekniği uygulamaktadır.

2. Yöntemler

Doğrusal yoğunluk ters çözüm algoritmasının temel teorisi, Bott (1960) ile Cordell ve Henderson (1968)'a dayanmaktadır. Bununla birlikte, algoritmanın küçük düzenlemelere maruz kaldığını belirtmek gerekir. Algoritmanın akış şeması Şekil 1'de sunulmuştur.



Şekil 1- Ilk inv algoritmasının akış şeması.

$$\Delta \rho = \frac{g_j}{2\pi G t_i} \tag{1}$$

Burada g_j sonsuz dilimin gravite alanı, t_j dilimin kalınlığı, $\Delta \rho$ yoğunluk farkı, G ise evrensel yerçekimi sabitidir.

Esas olarak algoritma üç temel adıma ayrılabilir:

Yöntemin ilk adımı Denklem (1) kullanılarak, verilen kalınlık değerinden başlangıç yoğunluk kontrast haritasının hesaplanmasıdır. Ayrıca isteğe bağlı arka plan yoğunluk kontrast değeri seçilebilir. Bu parametre, yorumlayıcının dilimin üzerindeki yoğunluk değerlerinin katkısını maskelemesine olanak tanımaktadır.

İkinci adım, SVD ters çözüm uyumunu ve hareketli ortanca (medyan) filtrelemesini içerir. Ters çözüm çıktısı, başlangıçtaki yoğunluk kontrast haritasında küçük değişiklikler sağlamaktadır. Ayrıca, ortanca filtresi çıktıdaki keskin değişimleri ortadan kaldırmakta ve böylece nihai yoğunluk kontrast haritası elde edilmektedir.

Yaklaşımın son aşaması, çözünürlük ve kovaryans matrisleri ile ters çözüm kalitesinin

değerlendirilmesidir. Algoritmanın akış şeması Şekil 1'de gösterilmiştir.

2.1. Tekil Değer Ayrıştırması (SVD)

Gözlemler (d), çekirdek (kernel) matrisi (G) ile kaynağın geometrik veya fiziksel parametreleri (m) kullanılarak oluşturulabilen basit bir düz modelleme denklemi ile hesaplanabilir. Bu denklem şöyle yazılabilir:

$$\mathbf{d} = \mathbf{G} * \mathbf{m} \tag{2}$$

Başlangıç modeli, verilen kalınlıktan ve tek boyut Bouguer Slab (dilim) formülü ile gözlemlenen graviteden hesaplanan sabit yoğunluk kontrastından hesaplanır. Denklem (1), sabit kalınlık ve değişken yoğunlukta gravite anomalisini hesaplamak için kullanılabilir. Denklem (2)'den hesaplanan teorik değerler ile gözlemlenen değerler arasındaki fark Δg_B şeklinde yazılabilir. Dolayısıyla Denklem (2) şu şekilde değiştirilebilir:

$$\Delta g_B = G \Delta \rho \tag{3}$$

Burada $\Delta \rho$, başlangıç ve tahmini yoğunluk dağılımı arasındaki farktır. n sayıda gözlem ve m

sayıda parametre için Δg_B ve $\Delta \rho$ uzunlukları sırasıyla (n * 1), (n * m) ve (m * 1)'dir.

Lawson ve Hanson (1974)'a göre, G matrisi, SVD yoluyla veri uzayı, model uzayı ve tekil değerlere ayrıştırılabilir. Ayrıca, SVD kötü koşullu ve/veya sıra eksikliği (rank deficient) olan ters çözüm işlemleri için kullanılabilir (Lanczos,1977; Strang, 1988; Golup ve Van Loan,1996). G matrisi şu şekilde çarpanlarına ayrılabilir;

$$G = USV^T$$
(4)

Burada U, vektörleri veri uzayını kapsayan bir (n * n) dik (ortogonal) matris; V, vektörleri model uzayını kapsayan bir (m * m) dik (ortogonal) matris ve S ise tekil değerlerin (m * n) köşegen (diyagonal) matrisidir (Aster vd., 2018). Burada bazı tekil değerlerin sıfır olabileceği unutulmamalıdır. Eğer sıfır olmayan tekil değerler S_q olarak adlandırılırsa, S şu şekilde bölünebilir:

$$S = \begin{bmatrix} S_q & 0\\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(5)

Burada S_q , pozitif tekil değerlere sahip bir (q * q) matristir. Bu nedenle, G matrisi şu şekilde yeniden düzenlenebilir;

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} U_q & U_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_q & V_0 \end{bmatrix}^T \tag{6}$$

$$G = U_q S_q V_q^T \tag{7}$$

formüllerde U_q and V_q boyutları (n * q) ve (m * q)'dur. Aster vd. (2018)'ne göre U₀ ve V₀ G matrisine hiçbir katkıda bulunmaz. Ayrıca, V₀ herhangi bir modelle çarpılırsa gözlemler etkilenmez. Sonuç, sıfır uzayı modelinde görünecektir. Öte yandan, eğer $d_{obs}=d+\alpha U_0$, d_{obs} ise, d_{obs} herhangi bir modele tam olarak uymaz. Başka bir deyişle, veri sıfır uzayı ve

model sıfır uzayının teklik ve veri uyumu üzerindeki etkisini göstermektedir (Menke, 1984).

Bu çalışmada, çizelgedeki 4 numaralı vaka kullanılmıştır. Tam uyum sağlanamadığından, aşırı uyumu önlemek için sönüm faktörü kullanılmalıdır (Grandis ve Dahrin, 2014). Aşırı uyum problemi, artık model çözümlerinden kaynaklanmaktadır. Sönümleme parametresi, bir deneme - yanılma yaklaşımı ya da GG^T özdeğerleri ile belirlenebilir. Yoğunluk dağılımı aşağıda verilen denklemden tahmin edilebilir:

$$S_{qq} = \frac{(\lambda^2 + S_q^2)}{\lambda} \tag{8}$$

$$\Delta \rho_e = V_q S_{qq}^{-1} U_q^T \Delta g_B \tag{9}$$

Burada λ sönümleme parametresi olup, $\Delta \rho_e$ ise tahmini yoğunluk farkıdır.

2.2. Çözünürlük ve Kovaryans Matrisi

Oluşturulan model, modelin gerçek durumu nasıl temsil ettiği açısından test edilebilir (Aster vd., 2018). En küçük kareler tahmin edicisinin tarafsız olduğu bilinmektedir. Ancak genelleştirilmiş ters çözüm, tarafsız bir tahmin edici olarak kabul edilemez (Aster vd., 2018). Bu taraflılık, bir model çözünürlük matrisi ile ölçülebilmektedir (Aster vd., 2018). Kovaryans ve model çözünürlük matrislerinin hesaplanması aşağıdaki denklemlerde gösterilmiştir.

$$C = G^{\oplus} cov(\Delta g_B) (G^{\oplus})^T$$
(10)

$$\mathbf{R} = V_q V_q^T \tag{11}$$

Burada C bir kovaryans matrisi, R ise çözünürlük matrisidir. Temel olarak çözünürlük matrisi, taraflı gerçek çözümü, tahmin edilen parametrelerle ilişkilendirebilir. Çözünürlük matrisinin veri ve veri hatalarıyla ilişkilendirilemeyeceği belirgindir

Vaka No Vaka Benzersizlik Veri Uyumu Çözem 1 $U = U_a$ ESSİZ TAM UYUM $\mathbf{G}^{\mathfrak{P}} = (U_a S_a V_a^T)^{-1}$ $V = V_q$ EŞSİZ DEĞİL 2 $U = U_q$ TAM UYUM $G^{\clubsuit} = G^T (GG^T)^{-1}$ V_q kare değil Minimum Norm Çözümü 3 $V = V_q$ EŞSİZ TAM UYUMLU $G^{\clubsuit} = (G^T G)^{-1} G^T$ U_q kare değil DEĞİL En Küçük Kareler Çözümü Genelleştirilmiş ters çözüm kullan 4 U_q kare değil EŞSİZ DEĞİL TAM UYUMLU $G^{\oplus} = V_q S_q^{-1} U_q^T$ V_q kare değil DEĞİL

Çizelge 1-G^{\$}'nin genelleştirilmiş ters çözümü gösterdiği farklı durumlar için genelleştirilmiş ters çözüm.

(Vasco, 1989). Bu, G matrisinin özelliklerinin veya incelemenin geometrisinin bir fonksiyonudur (Vasco, 1989; Aster vd., 2018). Eğer G matrisi sıra eksik (rank deficient) ve sıfır değilse, çözünürlük matrisi birim matris olacaktır (Vasco, 1989). Bu çalışmada U_q , V_q ve S_q 'in sıfır değerleri dikkate alınmamıştır. Bu nedenle çözünürlük matrisi, özdeş matris değildir. Yine de bunun tarafsız bir çözüm olduğunu belirtmekte fayda vardır. Ayrıca kovaryans matrisi, Gauss hatalarının bir haritasını sağlar (Vasco, 1989).

2.3. Ortanca (Medyan) Filtresi

Sinyaldeki gürültüyü bastırmak için doğrusal filtreleme kullanılabilmektedir. Basit doğrusal filtre, bir kayan pencere boyunca seçilen veri setinin ortalama değerini kullanmaktadır (Arias - Castro ve Donoho, 2009). Ancak bu tip filtrelerin yapıların kenarlarında önemli bir dezavantajı vardır (Church vd., 2008).

Ayrıca, yuvarlatılmış alçak geçişli filtreleme (smooth low-pass filtering), keskin noktaları ve gürültüyü ortadan kaldırmak için kullanışlıdır. Bununla birlikte, bu tip filtre bazı durumlarda jeofizik bir görüntü üzerinde bulanıklık meydana Bu nedenle Tukey (1974), getirebilmektedir. alternatif bir doğrusal filtreleme konseptini ortava koymustur. Bilindiği üzere ortanca (medyan), verilen serinin merkez değeridir. Belli durumlarda ortanca filtrelemenin iki önemli avantajı vardır. Bunlardan birincisi, ortanca filtreleme keskin kenarlı yapılar hakkındaki bilgileri koruyabilir (Justusson, 1981). Bir diğer önemli avantaj ise, aykırılıklar ve ani artışların ortanca filtresi ile makul bir şekilde bastırılabilir olmasıdır (Justusson, 1981; Arias - Castro ve Donoho, 2009).

Ortanca filtresinin uzunluğu çift ise, çoklu merkez değerlerinin ortalaması kullanılabilmektedir. Öte yandan, uzunluğu tek olan ortanca filtresinin kullanılması tavsiye edilmektedir (Church vd., 2008). Ortanca filtresi, pencereli serilerin s ortancası alınarak yapılabilir. Sonrasında ortanca değeri, çalışılan noktanın yerine koymak üzere kullanılır. Şekil 2, N-uzunlukta ve N * N boyutlu ortanca filtrenin şematik bir uygulamasını göstermektedir.

Ortanca filtresinin etkisi rastgele veri seti üzerinde test edilir. Farklı uzunluklarda tek boyutlu ortanca filtreleri veri setine uygulanır. Şekil 3, uzunlukları 3, 5



ve 7 olan ortanca filtresinin rastgele veriler üzerindeki sonuçlarını göstermektedir.

Şekil 3'te gösterildiği gibi, ortanca filtreleme aykırı değerleri ve uç (ekstrem) noktaları bastırır, gürültülü verilerin gerçek uç noktalarını ortaya çıkarır. Keskin noktalar kaldırılır ancak daha yumuşak uç noktalar korunur. Bu çalışmada, aykırı değerleri ve keskin noktaları maskelemek için ortanca filtresine ihtiyaç duyulmaktadır. Algoritmanın gridlenmiş veriler üzerindeki en büyük dezavantajı aykırı değerler ve keskin noktalardır. Bu uç noktalar, 2B ortanca filtreleme kullanılarak filtrelenir.

3. Sentetik Çalışmalar

Önerilen yöntemin etkinliğini analiz etmek için üç farklı sentetik model ve saha verisi kullanılmıştır. Sentetik modeller, pozitif yoğunluk kontrastlı tek bir prizma, pozitif yoğunluk kontrastlı çoklu prizmalar ve negatif yoğunluk kontrastlı 3B silindir modeli içermektedir. Üretilen sentetik çalışmalar Gauss hatasıyla kirletilmemektedir. Saha veri seti Uluslararası Gravimetri Bürosu'ndan (International Gravimetric Bureau) alınmıştır.

3.1. Pozitif Yoğunluk Kontrastlı Tek Prizma

Bir tek prizmanın gravite anomalisi 100 * 100 km²'lik alan içinde hesaplanmıştır. Prizmanın üst ve alt derinlikleri sırasıyla 3 ve 5 km'dir. Prizma, arka plan yoğunluğuna göre +1 g/cm³ yoğunlukta farkına sahiptir. Matlab tabanlı (ilk_inv) programı, prizmanın yoğunluk farkını üretmek için kullanılır.



Şekil 3- Ortanca filtresinin ve uzunluğunun dalgalanan rastgele veri seti üzerindeki etkisi.

Prizmanın gravite alanı ile x ve y yönleri boyunca gridleme aralığı, varsayılan arka plan yoğunluğu farkı (isteğe bağlı) ve kalınlık girdi olarak kullanılmıştır. Modelin açıklaması Şekil 4'te gösterilmiştir.

Giriş parametreleri ile ilgili olarak 100 * 100 km² alan için x ve y yönlerinde 1 km grid aralığı kullanılmıştır. Dilim kalınlık değeri, hesaplama için gereklidir. Bu örnekte, çıktının doğruluğunu artıran kalınlık 3 km olarak seçilmiştir.

Matlab tabanlı ilk_inv algoritması, başlangıç yoğunluk farkı ve nihai yoğunluk farkı olmak üzere iki ana çıktı üretebilmektedir. Pozitif yoğunluk kontrastlı bir tek prizmanın gravite anomalisi için ilk_inv çıktısı Şekil 5'te gösterilmektedir.

3.2. Pozitif Yoğunluk Kontrastlı Çoklu Prizma

Bu sentetik örnekte 100 * 100 km²'lik bir alanda, farklı üst ve alt derinliklere sahip iki farklı prizma



Şekil 4- Tek prizmalı sentetik modelin fiziksel ve geometrik parametreleri.



Şekil 5- Pozitif yoğunluk kontrastlı bir tek prizma için ilk_inv ürünleri.

kullanılmıştır. 1 numaralı prizmanın üst ve alt derinlikleri sırasıyla 2 km ve 6 km'dir. 1 numaralı prizma, arka plan yoğunluğuna göre +0,3 g/cm³ yoğunluk farkına sahiptir. Buna ek olarak 2 numaralı prizmanın üst ve alt derinlikleri sırasıyla 7 km ve 11 km'dir. 2 numaralı prizma ise arka plan yoğunluğuna göre +0,8 g/cm³ yoğunluk farkına sahiptir. Modelin geometrik ve fiziksel parametreleri Şekil 6'da gösterilmiştir.

Derindeki kaynağın bu sentetik model için yoğunluk dağılımını kontrol etmesi nedeniyle, dilim kalınlığı 7 km (derin prizmanın en üst derinliği) olarak seçilmiştir. Seçilen giriş parametreleri için çıktılar Şekil 7'de gösterilmektedir.



Şekil 6- Çoklu prizma sentetik modelinin fiziksel ve geometrik parametreleri.



Şekil 7- Pozitif yoğunluk kontrastlı çoklu prizmalar için ilk_inv çıktıları.

3.3. Negatif Yoğunluk Kontrastlı 3B Silindir Modeli

100 * 100 km²'lik alanda sedimanter kayaçlarla çevrili sentetik silindir modeli kullanılmıştır. Silindir modelinin üst ve alt derinlikleri 10 ve 12 km, silindirin yoğunluk farkı ise -0,3 g/cm³'tür. Bu sentetik modele ait parametreler Şekil 8'de gösterilmiştir.

Dilim kalınlığı, silindir modelinin üst derinliğine denk gelmesi nedeniyle 10 km olarak seçilmiştir. Sedimanter kayaçlarla örtülü silindir modeli için ilk_ inv çıktısı Şekil 9'da gösterilmektedir.



Şekil 8- Sentetik silindir modelinin fiziksel ve geometrik parametreleri.



Şekil 9- Negatif yoğunluk kontrastlı sentetik silindir modelinin ürünleri.

4. Saha Çalışmaları

4.1. Çalışma Alanının Tektonik Yapısı

Doğu Akdeniz'in tektoniği; Afrika, Avrasya ve Arap levhalarının tektonik hareketlerinden kaynaklanmaktadır. Anadolu Bloğu'nun BGB vönündeki hareketi Batı Anadolu'daki genisleme, Doğu Anadolu'da ki sıkısma, Kuzey Anadolu Fay (KAF) ve Doğu Anadolu Fay (DAF) zonları boyunca meydana gelen faylanmalar ve Afrika Plakası'nın, Helenik dalma - batma zonunu olusturan Avrasva Plakası'na göre hareketi ile ilişkilendirilmektedir (McKenzie, 1972; Le Pichon ve Angelier, 1979; McClusky vd., 2000; Mart ve Ryan, 2003; Pamukçu, 2016; Kahveci vd., 2019). Helenik Yavı boyunca gelisen büyük bir dalma - batma, Ege Denizi'nin altındaki geri çekilme (roll-back) mekanizmasından kaynaklanmaktadır (Le Pichon ve Angelier, 1979; Le Pichon, 1983; Sorel vd., 1988; Mercier vd., 1989; Kahveci vd., 2019).

Helenik yayı, Akdeniz'de 3,500 - 4,000 m derinlikler oluşturan Helen, Pliny ve Strabo adında üç hendekten oluşmaktadır. Helenik yayının güney kesiminde oldukça değişken batimetrik değerler gözlenmektedir (Gönenç ve Akgün, 2012). Ayrıca, Girit'in güney bölümü 20 - 40 km derinlikte aktif bir depremsellik ile karakterize edilmektedir (Delibasis vd., 1999; Meier vd., 2004). Buna ek olarak, Papazachos vd. (2000) ile Gönenç vd. (2006)'in çalışmaları, Wadati - Benioff Zonu'nun Helenik yayının kuzeye doğru hareketi nedeniyle 150 - 200 km derinliğe ulaştığını göstermiştir.

4.2. Jeofiziksel Bulgular

Çalışmalar Doğu Akdeniz Bölgesi üzerinde yapılmış olup, saha gravite verileri Uluslararası Gravimetri Bürosu'ndan (International Gravimetric Bureau, BGI) edinilmiştir. Gravite verileri, Dünya Gravite Haritasının (WGM 2012) bir parçasıdır (Bonvalot vd., 2012).

Kısaca, WGM 2012 verileri EGM2008 jeopotansiyel modeli ve ETOPO1 modelinden türetilmiştir (Bonvalot vd., 2012). WGM 2012, Dünya'nın yerçekimi alanındaki bölgesel ve küresel değişimleri ele alır; serbest hava, Bouguer ve izostatik anomalileri sağlamaktadır. Bu çalışmada Bouguer anomalisine ihtiyaç duyulmaktadır. Çalışmanın Bouguer anomalisi Şekil 10'da verilmiştir.



Şekil 10- Ana tektonik unsurları ile Doğu Akdeniz Bölgesi'nin Bouguer anomalisi (Dilek, 2006; Öner vd., 2010).

Dilim kalınlığı, verilerin çözünürlüğüne göre çok sığ seçilirse, çıktı abartılı yoğunluk kontrast haritası şeklinde olacaktır. WGM 2012'nin çözünürlüğünün kara gravite verileri kadar yüksek olmaması nedeniyle, dilim kalınlığı verilerin uzun dalga boyu bileşeninden seçilmeye çalışılmıştır. Çıktılar Şekil 11'de gösterilmiştir.

Ters çözüm işleminin başarısı ve Gauss hatalarının çözüm üzerindeki etkisini incelemek için, çözünürlük ve kovaryans matrisleri analiz edilmelidir. Şekil 12'de, saha verileri için kovaryans ve çözünürlük matrisleri gösterilmektedir.

Ayrıca, bu yaklaşımın geçerliliği, tahmini gravite verileri ile gözlemlenen veriler arasındaki RMS hatası hesaplanarak gösterilebilmektedir. Şekil 13, yapma-3B yoğunluk kontrastındaki hesaplanan gravite verilerinin, gözlenen gravite verileriyle nasıl eşleştiğini göstermektedir. Şekil 13'ten de görülebildiği üzere hesaplanan RMS hata oranı 8,63 mgal'dir.

Gravite verileri ile yoğunluk değerleri doğrusal olarak ilişkili olduğundan, gravite ters çözüm sonuçları ile uydu gravite verileri arasındaki ilişki oldukça yüksektir. Gravite ters çözüm sonuçlarının, gözlenen gravite verilerinin daha yumuşak bir ifadesi olduğu söylenebilir. Strabo, Helenik, Pliny ve Kıbrıs hendekleri ile Akdeniz sırtı gravite verilerinin yanı sıra, ters çözüm sonuçlarında da yeterince temsil edilmektedir.

Jeolojik olarak, dalan dilim gravite ters çözüm sonuçlarında daha yüksek yoğunluklu kontrast ile



Şekil 11- Doğu Akdeniz Bölgesi için tahmini yoğunluk kontrast haritası.



Şekil 12- Çözünürlük ve kovaryans matrisleri.



Şekil 13- Tahmini ve gözlenen gravite anomalilerinin karşılaştırması.

karakterize edilmektedir. Örnek vermek gerekirse dalan bir dilim olan Strabo Hendeği'nin güney bölümü, daha yüksek yoğunluk farkı ve gravite anomalisi ile temsil edilmektedir.

5. Tartışma

Yoğunluk kontrast haritası ilk_inv algoritması ile hesaplanmıştır. Algoritma, sabit başlangıç yoğunluk değeri üretmek için tek boyutlu Bouguer Slab formülünü, yerçekimi alanını modellemek ve yoğunluk kontrastını tahmin etmek için ise SVD'yi kullanmaktadır. Sonrasında, keskin değişimleri ortadan kaldırmak için tahmini değerlere bir 2B ortanca filtresi uygulamaktadır. Algoritmanın 3B tahminler üretemediğini, yalnızca 3B tahminleri taklit ettiğini belirtmek gerekir.

Giris parametreleri dilim kalınlığı, grid aralığı ve arka plan voğunluk kontrastıdır (isteğe bağlı). Dilim kalınlık değeri pozitif bir savı olmalıdır. X ve Y yönleri boyunca olan grid aralığı parametresi, hesaplama süresi üzerinde büyük bir etkiye sahiptir. Aşırı derece küçük grid aralıklarının sonucları ivilestirmemesi dolavısıvla, optimum grid aralığının kullanılması önerilmektedir. İsteğe bağlı arka plan voğunluğu kontrastı, belirli bir değer veya 0 g/cm3 olarak secilebilir. Bu değerin 0 g/cm³ olarak secilmesi durumunda sonuç, 0 g/cm³'e göre ham hesaplanmış yoğunluk kontrast haritasını gösterecektir. Öte yandan, arka plan voğunluk kontrastı kullanılması durumunda, jeolojik yapılar üzerindeki arka plan yoğunluğu etkisi filtrelenebilir. Arka plan yoğunluk kontrast değerinin, çalışma alanına ilişkin litolojik özelliklerin iyi biliniyor olması durumunda kullanılması tavsiye edilmektedir.

Ilk_inv algoritmasının başarısını test etmek için çeşitli sentetik modeller ve bir adet saha modeli kullanılmıştır. Pozitif yoğunluk kontrastlı bir tek prizma olan ilk sentetik çalışma oldukça güvenilir sonuçlar vermiştir. Veriler gürültü ile kirletilmediği için, başlangıç yoğunluk kontrastı ve nihai yoğunluk kontrast değeri hemen hemen aynı olmuştur. Nihai yoğunluk kontrast haritası, prizmanın yoğunluk kontrastını 1 g/cm³ olarak bulmuştur ki bu değer gerçek yoğunluk kontrast değerine karşılık gelmektedir. En iyi sonucu elde etmek için dilim kalınlığı, temel kayanın üst derinliğine yakın bir değerde olmalıdır.

İkinci sentetik çalışma olan pozitif yoğunluk kontrastlı çoklu prizmalar, kısmen kabul edilebilir sonuçlar vermiştir. İlk sentetik çalışmadakine benzer şekilde, başlangıç ve nihai yoğunluk kontrastları ayırt edilememiştir. 2 numaralı prizma, 1 numaralı prizmadan daha derinde yer almakta olup, 1 numaralı prizmanın yoğunluk kontrastı baskındır. Bu nedenle 7 km olarak belirlenen 2 numaralı prizmanın derinliği, dilim kalınlığı olarak kullanılmalıdır. 2 numaralı prizma, temel kaya olarak kabul edilebilir. Çalışma alanında iki baskın kaynak varsa, üretilen sonuçların orta düzeyde belirsizlik içerebileceği söylenebilir.

Son sentetik çalışma, algoritmanın güvenilirliğini, negatif yoğunluk kontrastlı yapıları modelleme açısından değerlendirmektedir. Silindir modelinin kabaca -0,23 g/cm³ olan son yoğunluk kontrastı, -0,3 g/ cm³ olan gerçek yoğunluk kontrastından sapmaktadır. Algoritmanın, negatif yoğunluk kontrastlı modeli hesaplarken gerçek yoğunluk kontrastından biraz sapmış sonuçlar üretme eğiliminde olduğu söylenebilir.

Öne çıkan diğer bir gözlem, başlangıç ve nihai yoğunluk kontrast haritaları arasındaki farktır. Nihai yoğunluk kontrast haritasının, gerçek yoğunluk kontrast değerini hafif bir belirsizlikle birleştirdiği (converge) açıktır.

Sentetik çalışmanın dışında, algoritmanın değerlendirilmesi için saha verileri de kullanılmıştır. Saha verisi örneği olarak Doğu Akdeniz gravite verileri kullanılmıştır. Kıbrıs bölgesinin güneybatı kesiminde 300 mgal gibi kayda değer bir pozitif anomali bulunmaktadır. Tahmini yoğunluk kontrastı ile gözlenen gravite anomalisi arasındaki pozitif korelasyondan dolayı pozitif yoğunluk kontrast anomalisinin aynı bölge civarında gözleneceği söylenebilir.

Saha çalışması için dilim kalınlığı 20 km olarak seçilmiştir. Gravite verilerinin sınırlı çözünürlüğe sahip olması ve oldukça uzun dalga boylarının baskın olması nedeniyle, geniş çalışma alanı üzerinde kabuk ölçeğinde ters çözüm işlemi daha uygun olacaktır. 20 km'deki yoğunluk kontrast haritaları, başlangıç ve nihai yoğunluk kontrastı karşılaştırılırsa; nihai yoğunluk kontrast haritasının, başlangıç yoğunluk kontrast haritasından önemli ölçüde daha düzgün olduğu söylenebilir. Yani kalınlık önemli ölçüde derin seçilirse, hesaplanan yoğunluk kontrast haritasında kısa dalga boyu bileşeninden ziyade uzun dalga boyu bileşenindeki varyasyonlar baskın olacaktır.

Yaklaşımın geçerliliği, tahmin edilen ve gözlemlenen gravite anomalisinin karşılaştırılmasıyla test edilmiştir. Şekil 13 analiz edildiğinde, tahmini gravite anomalisi medyan filtrelenmiş yapma-3B yoğunluk kontrast değerlerinden hesaplandığından dolayı tahmini gravite verileri gözlemlenen gravite verilerinden daha düzgün sonuçlar vermiştir. Küçük dalga boyu bileşenlerine bağlı anomalilerin tahmin edilen gravite anomali haritasında modellenemediği söylenebilir. Ancak, daha uzun dalga boyu bileşenleri başarıyla modellenmiştir.

Sapma (bias) miktarı ve hataların dağılımı, çözünürlük ve kovaryans matrisleri aracılığıyla değerlendirilebilmektedir. Bu, taraflı bir çözüm olduğu için, çözünürlüğü oldukça düşüktür. Çözümdeki sapma (bias), genelleştirilmiş ters çözüm operatörüyle ilgilidir. Yine de bu operatör, ters çözüm işlemi için gereklidir. Tarafsız çözüm için, bir çözünürlük matrisi olarak birim matrisi gereklidir. Bu durumda algoritmanın çıktısı, yoğunluk kontrastının taraflı yapma-3B dağılımı olacaktır. Sonuç olarak, algoritmanın taraflı olması ve çözümün aslında 3B olmaması nedeniyle, çözümün çözünürlüğü ciddi derecede düşük değerler üretir. Buna ek olarak, kovaryans matrisi, çözümün bazı kısımlarında oldukça yüksek değerler sunmaktadır. Gauss hatalarının belirli veri indekslerini arttırdığı aşikardır.

Saha çalışmasındaki bölgesel tektonik yapılar olan Helenik hendeği, Pliny hendeği, Strabo hendeği, Akdeniz sırtı ve Kıbrıs hendeği, Bouguer gravite anomalisi üzerinde açıkça temsil edilmektedir (Şekil 10).

Başlangıç ve nihai yoğunluk kontrast haritaları, gözlenen gravite anomalisi ile doğrusal bir ilişkiye sahiptir. Bununla birlikte, bu haritalar sediman birikim bölgeleri ile temel kayaçlar arasındaki, kabaca değeri 0,2 - 0,4 g/cm³ olan yoğunluk kontrastını gösterebilmektedir.

Çıktı, sönümlü ters çözüm işleminden ziyade önemli ölçüde girdi verilerine bağlıdır. Eğer girdi verileri uzun dalga boyları tarafından domine edilmişse, sonuç düzgün olacaktır. Öte yandan, veriler nispeten kısa dalga boyuna sahipse, üretilen çıktı nispeten keskin olacaktır.

Algoritma doğrudan rezidüel gravite anomalisi ile ve dolaylı olarak ise gerçek yoğunluk değişimleri ile ilişkilidir. Bu nedenle gürültüsüz veri olsa bile, karmaşık tektonizmanın olduğu durumlarda tamamen güvenilir yoğunluk değişimleri üretilemeyecektir. Bu algoritma, geniş çalışma alanı için bölgesel yoğunluk kontrastı elde etmek üzere tasarlanmıştır. Algoritmadan elde edilen bölgesel yoğunluk kontrastı, başlangıç yoğunluk kontrast değerleri veya kısıtlayıcı parametre olarak kullanılabilir. Ayrıca çıktı, kısıtlayıcı bir parametre olarak kullanılırsa, eşsiz olmama etkisini azaltması oldukça olasıdır.

6. Sonuçlar

Yoğunluk kontrast haritasının hızlı yapma-3B hesaplaması ilk_inv algoritması ile yapılabilmektedir. Teorik çalışmalar, inceleme alanında tek bir baskın kaynak olduğunda tahminlerin güvenilir olduğunu göstermiştir. Ancak birden fazla baskın kaynak varsa, yoğunluk kontrastı tahmini gerçek yoğunluk kontrastından biraz uzaklaşmaktadır.

Saha çalışmasından hesaplanan yoğunluk kontrast haritası, gözlemlenen gravite verileri ve kabuk kalınlığı ile aynı spektral özellikleri yansıtmaktadır. Yoğunluk kontrast haritası, sediman birikim bölgeleri ile temel kayaçlar arasındaki yoğunluk değişiminin yaklaşık 0,2 - 0,4 g/cm³ olduğunu göstermiştir.

Algoritma, yoğunluk ile kontrastı otomatikleştirilmiş başlangıç tahmininin hızlı bir hesaplamasını sunmaktadır. Algoritma. verilen Bouguer anomalisinden, ilk tahmini hesaplamaktadır. Ancak, bazı durumlarda nihai ve başlangıç tahmin çıktıları oldukça benzerdir. Ayrıca, algoritma voğunluk kontrast dağılımını hesaplamak icin birkac parametreve ihtiyac duymaktadır. Yine de en büyük sınırlama, algoritmanın tek boyut denkleminden hesaplanmış bir başlangıç yoğunluğu kullanarak çıktının 3B olduğunu varsaymasıdır. Çıktılar, tek boyutlu formülünün tüm sınırlamalarını icerir. Algoritma genelleştirilmiş ters çözüm kullandığından dolayı, çıktılar taraflıdır. Bu nedenle çözünürlük matrisi kötü sonuclar verir. Diğer bir sınırlama ise ters çözüm işleminin doğrusal olması; yani tahmini yoğunluk kontrast haritası ve gözlemlenen verilerin doğrusal bir ilişkiye sahip olmasıdır. Çıktılar makul olmasına rağmen, yorumlama aşamasında yöntemin sınırlamalarının olması dikkate alınmalıdır.

Katkı Belirtme

Algoritmanın teorisine yaptığı önemli katkıları dolayısıyla Dr. Chris GREEN'e teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca yorumları dolayısıyla ismi belirtilmeyen hakemlere teşekkür ederim.

Değinilen Belgeler

- Al Chalabi, M. A. 1972. Interpretation of gravity anomalies by non-linear optimisation. Geophysical Prospecting 20(1), 1-16.
- Allen, T. I., Cooper, S. A., Cull, J. P. 2001. High definition gravity surveys and density modelling for kimberlite exploration. Exploration Geophysics 32(2), 89-94.
- Arias Castro, E., Donoho, D. L. 2009. Does median filtering truly preserve edges better than linear filtering?. The Annals of Statistics 37(3), 1172-1206.

- Aster, R. C., Borchers, B., Thurber, C. H. 2018. Parameter Estimation and Inverse Problems. Elsevier.
- Bear, G. W., Al-Shukri, H. J., Rudman, A. J. 1995. Linear inversion of gravity data for 3-D density distributions. Geophysics 60(5), 1354-1364.
- Blakely, R. J. 1996. Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications. Cambridge University Press.
- Bonvalot, S., Balmino, G., Briais, A., Kuhn, M., Peyrefitte, A., Vales, N., Biancale, R., Gabalda, G., Reinquin, F. 2012. World Gravity Map: a set of global complete spherical Bouguer and isostatic anomaly maps and grids. International European Geosciences Union General Assembly Conference Abstracts 14, 11091.
- Bott, M. H. P. 1960. The use of rapid digital computing methods for direct gravity interpretation of sedimentary basins. Geophysical Journal International 3(1), 63-67.
- Cai, Y. F., Li, C., Saridakis, E. N., Xue, L. Q. 2018. f (T) gravity after GW170817 and GRB170817A. Physical Review 97(10), 103513.
- Church, J. C., Chen, Y., Rice, S. V. 2008. A spatial median filter for noise removal in digital images. Institute of Electrical and Electronics Engineers Southeast Conference, 618-623.
- Clifford, G. D. 2005. Singular value decomposition and independent component analysis for blind source separation. Biomedical, Signal Image Process 44, 489-499.
- Cordell, L., Henderson, R. G. 1968. Iterative threedimensional solution of gravity anomaly data using a digital computer. Geophysics 33(4), 596-601.
- Delibasis, N., Ziazia, M., Voulgaris, N., Papadopoulos, T., Stavrakakis, G., Papanastassiou, D. and Drakatos, G. 1999. Microseismic activity and seismotectonics of Heraklion area (central Crete Island, Greece). Tectonophysics 308(1-2), 237-248.
- Dilek, Y. 2006. Collision tectonics of the Mediterranean region: causes and consequences. Geological Society of America Special Papers 409, 1.
- Enmark, T. 1981. A versatile interactive computer program for computation and automatic optimization of gravity models. Geoexploration 19(1), 47-66.
- Fedi, M. 1997. Estimation of density, magnetization, and depth to source: a nonlinear and noniterative 3-D potential-field method. Geophysics 62(3), 814-830.

- Fedi, M., Rapolla, A. 1999. 3-D inversion of gravity and magnetic data with depth resolution. Geophysics 64(2), 452-460.
- Freire, S. L., Ulrych, T. J. 1988. Application of singular value decomposition to vertical seismic profiling. Geophysics 53(6), 778-785.
- Golub, G. H., Van Loan, C. F. 1996. Matrix Computations. Johns Hopkins University Press, Baltimore, London.
- Gönenç, T., Akgün, M., Ergün, M. 2006. Girit yayının sismolojik ve bouguer gravite anomalisi verilerine göre yorumlanması. Geosound 48(1), 51-68.
- Gönenç, T., Akgün, M. 2012. Structure of the Hellenic subduction zone from gravity gradient functions and seismology. Pure and Applied Geophysics 169(7), 1231-1255.
- Grandis, H. 2009. Introduction to Geophysical Inversion Modeling. Indonesia Geophysical Expert Association (HAGI).
- Grandis, H., Dahrin, D. 2014. Constrained two-dimensional inversion of gravity data. Journal of Mathematical and Fundamental Sciences 46(1), 1-13.
- Granser, H. 1987. Nonlinear inversion of gravity data using the Schmidt-Lichtenstein approach. Geophysics 52(1), 88-93.
- Guspi, F. 1992. Three-dimensional Fourier gravity inversion with arbitrary density contrast. Geophysics 57(1), 131-135.
- Hammer, P. T. C., Hildebrand, J. A., Parker, R. L. 1991. Gravity inversion using semi-norm minimization: density modeling of Jasper Seamount. Geophysics 56(1), 68-79.
- Hinze, W. J. 1990. Geotechnical an Environmental Geophysics. SEG, I, 75-126.
- Hinze, W. J., Von Frese, R. R., Saad, A. H. 2013. Gravity and Magnetic Exploration: Principles, Practices, and Applications. Cambridge University Press.
- Huestis, S. P. 1988. Uniform norm minimization for twosigned solutions. Geophysics 53(5), 721-722.
- Justusson, B. I. 1981. Median Filtering: Statistical Properties. In Two-Dimensional Digital Signal Processing II. Springer, Heidelberg, Berlin, 161-196.
- Kahveci, M., Çırmık, A., Doğru, F., Pamukçu, O., Gönenç, T. 2019. Subdividing the tectonic elements of Aegean and Eastern Mediterranean with gravity and GPS data. Acta Geophysica 67(2), 491-500.
- Lanczos, C. 1997. Linear Differential Operators. Society for Industrial and Applied Mathematics, 564.

- Lawson, C. L., Hanson, R. J. 1974. Solving Least Squares Problems. Society for Industrial and Applied Mathematics, U.S., 350.
- Le Pichon, X. 1983. Land-locked oceanic basins and continental collision: the Eastern Mediterranean as a case example. In Symposium on Mountain Building, Academic Press, London, 201-211.
- Le Pichon, X., Angelier, J. 1979. The Hellenic arc and trench system: a key to the neotectonic evolution of the eastern Mediterranean area. Tectonophysics 60(1-2), 1-42.
- Levenberg, K. 1944. A method for the solution of certain nonlinear problems. Quarterly Applied Mathematics 2, 164-168.
- Li, Y., Oldenburg, D. W. 1998. 3-D inversion of gravity data. Geophysics 63(1), 109-119.
- Mareschal, J. C. 1985. Inversion of potential field data in Fourier transform domain. Geophysics 50(4), 685-691.
- Mart, Y., Ryan, W. 2003. The tectonics of Cyprus Arc: a model of complex continental collision. European Geophysical Society - American Geophysical Union – European Union of Geosciences Joint Assembly, 2282.
- McClusky, S., Balassanian, S., Barka, A., Demir, C., Ergintav, S., Georgiev, I., Gürkan, O., Hamburger, M., Hurst, K., Kahle, H., Kastens, K. 2000. Global positioning system constraints on plate kinematics and dynamics in the eastern Mediterranean and Caucasus. Journal of Geophysical Research: Solid Earth 105(B3), 5695-5719.
- McKenzie, D. 1972. Active tectonics of the Mediterranean region. Geophysical Journal International 30(2), 109-185.
- Meier, T., Rische, M., Endrun, B., Vafidis, A., Harjes, H. P. 2004. Seismicity of the Hellenic subduction zone in the area of western and central Crete observed by temporary local seismic networks. Tectonophysics 383(3-4), 149-169.
- Menichetti, V., Guillen, A. 1983. Simultaneous interactive magnetic and gravity inversion. Geophysical Prospecting 31(6), 929-944.
- Menke, W. 1984. Geophysical Data Analysis. Discrete Inverse Theory. Academic Press, New York, 312.
- Menke, W. 2018. Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory. Academic Press, New York.
- Mercier, J. L., Sorel, D., Vergely, P., Simeakis, K. 1989. Extensional tectonic regimes in the Aegean basins during the Cenozoic. Basin Research 2(1), 49-71.

- Nagihara, S., Hall, S. A. 2001. Three-dimensional gravity inversion using simulated annealing: constraints on the diapiric roots of allochthonous salt structures. Geophysics 66(5), 1438-1449.
- Oldenburg, D. W. 1974. The inversion and interpretation of gravity anomalies. Geophysics 39(4), 526-536.
- Öner, Z., Dilek, Y., Kadıoğlu, Y. K. 2010. Geology and geochemistry of the synextensional Salihli granitoid in the Menderes core complex, Western Anatolia, Turkey. International Geology Review 52(2-3), 336-368.
- Pamukçu, O. 2016. Geodynamic assessment of eastern Mediterranean region: a joint gravity and seismic b value approach. Arabian Journal of Geosciences 9(5), 360.
- Papazachos, B. C., Karakostas, V. G., Papazachos, C. B., Scordilis, E. M. 2000. The geometry of the Wadati–Benioff zone and lithospheric kinematics in the Hellenic arc. Tectonophysics 319(4), 275-300.
- Parker, R. L. 1972. The rapid calculation of potential anomalies. Royal Astronomical Society Geophysical Journal, 31.
- Parker, R. L. 1974. Best bounds on density and depth from gravity data. Geophysics 39(5), 644-649.
- Parker, R. L. 1975. The theory of ideal bodies for gravity interpretation. Geophysical Journal International 42(2), 315-334.
- Parker, R. L. 1977. Understanding inverse theory. Annual Review of Earth and Planetary Sciences 5(1), 35-64.
- Paterson, N. R., Reeves, C. V. 1985. Applications of gravity and magnetic surveys: The state-of-the-art in 1985. Geophysics 50(12), 2558-2594.
- Peacock, R. J. 1992. Cavity detection? an engineering application for gravity. Exploration Geophysics 23(4), 567-570.
- Pederson, L. B. 1977. Interpretation of potential field data a generalized inverse approach. Geophysical Prospecting 25(2), 199-230.
- Pederson, L. B. 1979. Constrained inversion of potential field data. Geophysical Prospecting 27(4), 726-748.
- Pilkington, M., Crossley, D. J. 1986. Determination of crustal interface topography from potential fields. Geophysics 51(6), 1277-1284.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P. 2007. Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press.

- Reamer, S. K., Ferguson, J. F. 1989. Regularized twodimensional Fourier gravity inversion method with application to the Silent Canyon caldera, Nevada. Geophysics 54(4), 486-496.
- Roberts, R. L., Hinze, W. J., Leap, D. I., Ward, S. H. 1990. Application of the gravity method to the investigation of a landfill in glaciated midcontinent, USA. Geotechnical and Environmental Geophysics 2, 253-260.
- Roy, A. 1962. Ambiguity in geophysical interpretation. Geophysics 27(1), 90-99.
- Smith, R. A. 1959. Some depth formulae for local magnetic and gravity anomalies. Geophysical Prospecting 7(1), 55-63.
- Smith, R. A. 1960. Some formulae for interpreting local gravity anomalies. Geophysical Prospecting 8(4), 607-613.
- Sorel, D., Mercier, J. L., Keraudren, B., Cushing, M. 1988. Le rôle de la traction de la lithosphère subductée dans l'évolution géodynamique plio-pléistocène de l'arc égéen: mouvements verticaux alternés et variations du régime tectonique. Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série 2, Mécanique, Physique, Chimie, Sciences de l'univers, Sciences de la Terre 307(19), 1981-1986.
- Strang, G. 1988. Linear Algebra and Its Applications. Hartcourt Brace Jovanovich College Publishers.
- Tadjou, J. M., Nouayou, R., Kamguia, J., Kande, H. L., Manguelle Dicoum, E. 2009. Gravity analysis of the boundary between the Congo Craton and the Pan-African belt of Cameroon. Austrian Journal of Earth Sciences 102(1).

- Tarantola, A., Valette, B. 1982. Generalized nonlinear inverse problems solved using the least squares criterion. Reviews of Geophysics 20(2), 219-232.
- Tontini, F. C., Cocchi, L., Carmisciano, C. 2008. Potentialfield inversion for a layer with uneven thickness: the Tyrrhenian Sea density model. Physics of the Earth and Planetary Interiors 166(1-2), 105-111.
- Tukey, J. W. 1974. Nonlinear (nonsuperposable) methods for smoothing data. Proceedings of Congress Record EASCOM, 673-681.
- Ulrych, T. J., Freire, S., Siston, P. 1988. Eigen image processing of seismic sections. International Society of Exploration Geophysicists Technical Program Expanded Abstracts, 1261-1265.
- Vasco, D. W. 1989. Resolution and variance operators of gravity and gravity gradiometry. Geophysics 54(7), 889-899.
- Vrabie, V. D., Mars, J. I., Lacoume, J. L. 2004. Modified singular value decomposition by means of independent component analysis. Signal Processing 84(3), 645-652.
- Xia, J., Sprowl, D. R. 1992. Inversion of potential-field data by iterative forward modelling in the wavenumber domain. Geophysics 57(1), 126-130.
- Zhao, B. B., Chen, Y. Q. 2011. Singular value decomposition (SVD) for extraction of gravity anomaly associated with gold mineralization in Tongshi gold field, Western Shandong Uplifted Block, Eastern China. Nonlinear Processes in Geophysics 18(1), 103.